

# DESIGUALDADES

Una desigualdad es similar a una ecuación cambiando el igual por un  $<, >, \leq$  o  $\geq$ . Ejemplo:

$$3x + 2 \leq 5$$

$$x^2 - 2x \geq 10$$

$$x < 5$$

El objetivo es determinar el valor o los valores de la incógnita (Variable)  $x$  para los cuales se cumple la desigualdad. Por lo general una desigualdad tiene infinitas soluciones que forman un intervalo o una unión de intervalos en la recta real.

Reglas de las desigualdades	
$A \leq B$	$\Leftrightarrow A + C \leq B + C$
$A \leq B$	$\Leftrightarrow A - C \leq B - C$
Si $C > 0$	$\Rightarrow A \leq B \Leftrightarrow CA \leq CB$
Si $C < 0$	$\Rightarrow A \leq B \Leftrightarrow CA \geq CB$
Si $A > 0$ y $B > 0$	$\Rightarrow A \leq B \Leftrightarrow \frac{1}{A} \geq \frac{1}{B}$
Si $A \leq B$ y $C \leq D$	$\Rightarrow A + C \leq B + D$

## Desigualdades lineales.

Son desigualdades lineales si cada término es constante o múltiplo de la variable.

Ejemplo: Resolver las siguientes desigualdades

a)  $5x < 7x + 7$

b)  $3 \leq 5x - 2 < 8$

a)  $5x < 7x + 7$

$$5x - 7x < 7x - 7x + 7$$

$$-2x < 7$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) - 2x > \left(-\frac{1}{2}\right) 7$$

$$x > -\frac{7}{2}$$

Axioma de igualdad

Agrupación de términos semejantes

Axioma de igualdad

Simplificando

El conjunto solución es el intervalo de todos los números mayores que  $-\frac{7}{2}$

$$\left(-\frac{7}{2}, \infty\right)$$

b)  $3 \leq 5x - 2 < 8$

$$3 + 2 \leq 5x < 8 + 2$$

$$5 \leq 5x < 10$$

$$\frac{5}{5} \leq \frac{x}{5} < \frac{10}{5}$$

$$1 \leq x < 2$$

Axioma de igualdad

Agrupación de términos semejantes

Axioma de igualdad

Simplificando

El conjunto solución es el intervalo  $[1, 2)$

## Desigualdades no lineales.

Si la variable tiene potencia diferente de uno, es necesario aplicar la factorización.

Ejemplo: Resolver las siguientes desigualdades

a)  $x^2 - 6x - 16 \leq 0$

b)  $\frac{x+1}{x^2-9} \geq 0$

## Propiedades de desigualdades con valores absolutos

Desigualdad	Forma equivalente
$ x  < c$	$-c < x < c$
$ x  \leq c$	$-c \leq x \leq c$
$ x  > c$	$x < -c \quad c < x$
$ x  \geq c$	$x \leq -c \quad c \leq x$

Ejemplo: Resolver las siguientes desigualdades con valor absoluto.

a)  $|x-6| \leq 4$

b)  $\left| \frac{x}{2} + 3 \right| \geq 5$

## Modelado con desigualdades

1. Un carnaval tiene dos planes de boletos.

Plan A: tarifa de entrada de 5 dólares y 25 centavos cada vuelta en los juegos.

Plan B: tarifa de entrada de 2 dólares y 50 centavos cada vuelta en los juegos.

¿Cuántas vueltas tendría que dar para que el plan A resultara menos caro que el plan B?

2. Las instrucciones de un empaque de película indican que la caja debe conservarse a una temperatura entre 5°C y 30°C. ¿Qué temperaturas corresponden en la escala Fahrenheit?

3. Un grupo de estudiantes decide asistir a un concierto. El costo de contratar un autobús para que los lleve al concierto es de 450 dólares, lo cual se debe repartir en forma uniforme entre los estudiantes. Los promotores del concierto ofrecen descuentos a grupos que lleguen en autobús. Los boletos cuestan normalmente 50 dólares cada uno, pero se reducen 10 centavos de dólar del precio del boleto por cada persona que vaya en el grupo (hasta la capacidad máxima del autobús). ¿Cuántos estudiantes deben ir en el grupo para que el costo total por estudiante sea menor a 54 dólares.

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $2x - 5 > 3$	$(4, \infty)$	2) $7 - x \geq 5$	$(-\infty, 2]$
3) $3x + 11 < 5$	$(-\infty, -2)$	4) $5 - 3x \leq -16$	$[7, \infty)$
5) $2x + 1 < 0$	$(-\infty, -\frac{1}{2})$	6) $0 < 5 - 2x$	$(-\infty, \frac{5}{2})$
7) $3x + 11 \leq 6x + 8$	$[1, \infty)$	8) $6 - x \geq 2x + 9$	$(-\infty, -1]$
9) $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3} > 2$	$(\frac{16}{3}, \infty)$	10) $\frac{2}{5}x + 1 < \frac{1}{5} - 2x$	$(-\infty, -\frac{1}{3})$
11) $\frac{1}{3}x + 2 < \frac{1}{6}x - 1$	$(-\infty, -18)$	12) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}x \geq \frac{1}{6} + x$	$(-\infty, \frac{1}{3}]$
13) $4 - 3x \leq -(1 + 8x)$	$(-\infty, -1]$	14) $2(7x - 3) \leq 12x + 16$	$(-\infty, 11]$
15) $2 \leq x + 5 < 4$	$[-3, -1)$	16) $5 \leq 3x - 4 \leq 14$	$[3, 6]$
17) $-1 < 2x - 5 < 7$	$(2, 6)$	18) $1 < 3x + 4 \leq 16$	$(-1, 4]$
19) $-2 < 8 - 2x \leq -1$	$(-\infty, 5) \cup [\frac{9}{2}, \infty)$	20) $-3 \leq 3x + 7 \leq \frac{1}{2}$	$[-\frac{10}{3}, -\frac{13}{6}]$
21) $\frac{1}{6} < \frac{2x - 13}{12} < \frac{2}{3}$	$[\frac{15}{2}, \frac{21}{2})$	22) $\frac{1}{2} < \frac{4 - 3x}{5} < -\frac{3}{2}$	$(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [\frac{23}{6}, \infty)$
23) $(x + 2)(x - 3) < 0$	$(-2, 3)$	24) $(x - 5)(x + 4) \geq 0$	$(-\infty, -4] \cup [5, \infty)$
25) $x(2x + 7) \geq 0$	$(-\infty, -\frac{7}{2}] \cup [0, \infty)$	26) $x(2 - 3x) \leq 0$	$(-\infty, 0] \cup [\frac{2}{3}, \infty)$
27) $x^2 - 3x - 18 \leq 0$	$[-3, 6]$	28) $x^2 + 5x + 6 > 0$	$(-\infty, -3) \cup (-2, \infty)$
29) $2x^2 + x \geq 1$	$(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$	30) $x^2 < x + 2$	$(-1, 2)$
31) $3x^2 - 3x < 2x^2 + 4$	$(-1, 4)$	32) $5x^2 + 3x \geq 3x^2 + 2$	$(-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$
33) $x^2 > 3(x + 6)$	$(-\infty, -3) \cup (6, \infty)$	34) $x^2 + 2x > 3$	$(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$
35) $x^2 < 4$	$(-2, 2)$	36) $x^2 \geq 9$	$(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$
37) $(x + 2)(x - 1)(x - 3) \leq 0$	$(-\infty, -2] \cup [1, 3)$	38) $x^3 - 4x > 0$	$(-2, 0) \cup (2, \infty)$
39) $16x \leq x^3$	$[-4, 0] \cup [4, \infty)$	40) $\frac{x - 3}{x + 1} \geq 0$	$(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$
41) $\frac{2x + 6}{x - 2} < 0$	$(-3, 2)$	42) $\frac{4x}{2x + 3} > 2$	$(-\infty, -\frac{3}{2})$
43) $-2 < \frac{x + 1}{x - 3}$	$(-\infty, \frac{5}{3}) \cup (3, \infty)$	44) $\frac{2x + 1}{x - 5} \leq 3$	$(-\infty, 5] \cup [16, \infty)$
45) $\frac{3 + x}{3 - x} \geq 1$	$[0, 3]$	46) $\frac{4}{x} \leq x$	$[-2, 0] \cup [2, \infty)$
47) $\frac{x}{x + 1} > 3x$	$(-\infty, -1) \cup (-\frac{2}{3}, 0)$	48) $1 + \frac{2}{x + 1} \leq \frac{2}{x}$	$[-2, -1] \cup [0, 1]$
49) $\frac{3}{x - 1} - \frac{4}{x} \geq 1$	$[-2, 0] \cup [1, 2]$	50) $\frac{6}{x - 1} - \frac{6}{x} \geq 1$	$[-2, 0] \cup [1, 3]$

51) $\frac{x}{2} \geq \frac{5}{x+1} + 4$	$[-2, -1] \cup [9, \infty)$	52) $\frac{x+2}{x+3} < \frac{x+1}{x-2}$	$\left(-3, -\frac{1}{2}\right) \cup (2, \infty)$
53) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \leq 0$	$(-\infty, -2] \cup \left[-\frac{3}{2}, -1\right]$	54) $x^4 > x^2$	$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
55) $x^5 > x^2$	$(1, \infty)$	56) $ x  \leq 4$	$[-4, 4]$
57) $ 3x  < 15$	$(-5, 5)$	58) $ 2x  < 7$	$\left(-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$
59) $ 2x  > 7$	$\left(-\infty, -\frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}, \infty\right)$	60) $ x+6  < 10$	$(-16, 4)$
61) $ x-5  \leq 3$	$[2, 8]$	62) $ x+1  \geq 1$	$(-\infty, -2] \cup [0, \infty)$
63) $ 2x-3  \leq 4$	$\left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$	64) $ 5x-2  < 6$	$\left(-\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$
65) $\left \frac{x-2}{3}\right  < 2$	$(-4, 8)$	66) $\left \frac{x+1}{2}\right  \geq 4$	$(-\infty, -9] \cup [7, \infty)$
67) $3 -  2x+4  \leq 1$	$(-\infty, -3] \cup [-1, \infty)$	68) $8 -  2x-1  \geq 6$	$\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$
69) $7 x+2  - 5 > 4$	$\left(-\infty, -\frac{13}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$	70) $ 5-2x  \leq 7$	$[-1, 6]$