MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y CAIDA LIBRE

Una ecuación que contiene una función y sus derivadas se denomina ecuación diferencial. Una de sus aplicaciones es el movimiento rectilíneo y la caída libre en física.

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

La solución general está dada por

$$dy = f(x)dx \qquad \Rightarrow \qquad y = F(x) + C$$

Denominada familia de funciones de un parámetro C

Ejemplo:

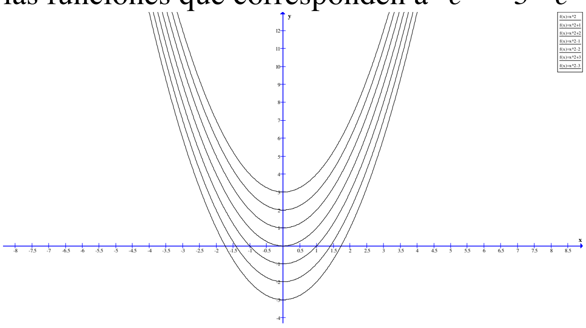
Encontrar la solución general de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = 2x$

<u>Solución:</u>

Despejando dy $\qquad dy = 2xdx$

$\int dy = \int 2xdx$ Integrando a ambos lados $\boxed{y = x^2 + c}$

La ecuación representa una familia de funciones de un parámetro. La figura muestra las gráficas de las funciones que corresponden a $c = -3$ $c = -2$ $c = -1$ $c = 0$ $c = 1$ $c = 2$ y $c = 3$



Cuando una partícula se mueve a lo largo de una recta de acuerdo a la ecuación de movimiento $x = f(t)$, la velocidad instantánea y la aceleración pueden determinarse de las ecuaciones

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt}$$

Por tanto, si se tiene v o a como función de t, y algunas condiciones de frontera, puede determinarse la ecuación de movimiento resolviendo la ecuación diferencial.

1. Una partícula se mueve en línea recta y su aceleración está dada por $a = 8t + 4$, su velocidad inicial es $-6 \, m/s$ y su desplazamiento inicial es $9m$. Determine la ecuación de posición.

   $$\boxed{x = \frac{4t^3}{3} + 2t^2 - 6t + 9}$$

Una partícula se mueve a lo largo de una recta, a los t segundos, x metros es la distancia dirigida de la partícula desde el origen, $v \, m/s$ es la velocidad de la partícula y $a \, m/s^2$ es la aceleración de la partícula.

2. $v = 4 - t$; $\qquad x(2) = 0 \qquad$ exprese x en términos de t

   $$\boxed{x = 4t - \frac{t^2}{2} - 6}$$

3. $a = 5 - 2t$; $x(0) = 0 \wedge v(0) = 2$ exprese x y v en términos de t

$\boxed{x = \frac{5t^2}{2} - \frac{t^3}{3} + 2t}$ $\boxed{v = 5t - t^2 + 2}$

4. $a = 17$; $x(0) = 0 \wedge v(0) = 0$ exprese x y v en términos de t

$\boxed{x = \frac{17t^2}{2}}$ $\boxed{v = 17t}$

5. $a = t^2 + 2t$; $x(0) = 1 \wedge x(2) = -3$ exprese x y v en términos de t

$\boxed{x = \frac{t^4}{12} + \frac{t^3}{3} - 4t + 1}$ $\boxed{v = \frac{t^3}{3} + t^2 - 4}$

6. $a = 3t - t^2$; $x(1) = 1 \wedge v(1) = \frac{7}{6}$ exprese x y v en términos de t

$\boxed{x = \frac{t^3}{2} - \frac{t^4}{12} + \frac{7}{12}}$ $\boxed{v = \frac{3t^2}{2} - \frac{t^3}{3}}$

7. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de $39.2 = \frac{m}{s}$ considere que la única fuerza que actúa sobre la piedra es la aceleración debida a la gravedad. Determine:
   a. Qué tan alto llegara la piedra. $\boxed{y = 78.6m}$
   b. Qué tiempo le tomara a la piedra llegar hasta el suelo $\boxed{t = 8s}$
   c. Determine la rapidez de la piedra al llegar al suelo. $\boxed{v = 39.2 \, m/s}$

8. Si un objeto se lanza hacia arriba desde una altura inicial de 305m a una velocidad de $15 = \frac{m}{s}$ encuentre su velocidad y altura 4s. después.

$\boxed{v = 24.2 \, m/s}$ $\boxed{y = 286.6m}$

9. En la superficie de la luna, a aceleración debida a la gravedad es $1.6 \, m/s^2$. Si un objeto se lanza hacia arriba desde una altura de 300m, a una velocidad de $17 \, m/s$, encuentre su velocidad y su altura 4.5s más tarde.

$\boxed{v = 9.8 \, m/s}$ $\boxed{y = 360.3m}$

10. Hallar la altura máxima del ejercicio 9

$\boxed{y_{\max} = 390.3m}$

11. Se deja caer una piedra de un edificio y choca contra el suelo con una rapidez de $120 \, m/s$ Calcular la altura del edificio

$\boxed{y = 734.1m}$

12. Se caer un objeto desde una altura **h** m. Si al caer golpea el suelo con una velocidad de $20 \, m/s$ Determine:
   a. El tiempo que tarda en golpear el suelo. $\boxed{t = 2.04s}$
   b. La altura **h** desde la cual se deja caer el objeto $\boxed{y = 20.39m}$