

EXPRESIONES ALGEBRAICAS (POLINOMIOS)

Una variable es una letra que representa cualquier número de un conjunto dado de números. Al combinar letras con números y realizar las cuatro operaciones básicas, la potenciación y la radicación obtenemos las expresiones algebraicas. Algunas de ellas son:

$$3x^2 + 6x - 4$$

$$\sqrt{3x} + 14$$

$$\frac{y^2 - 3y}{y - 1}$$

Polinomios: Un polinomio en la variable x es una expresión de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Donde $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ son números reales, y n es un entero no negativo. Si $a_n \neq 0$ entonces el polinomio es de grado n .

Término. Es la expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios no separados entre sí por el signo $+$ o $-$. Así, x , $6b$, $-3xy$, $\frac{5a}{7b}$, $-\sqrt[5]{x^2}$ son términos.

Las partes de un término son cuatro: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.

Las expresiones algebraicas se clasifican en monomios y polinomios.

Monomio, es la expresión algebraica que consta de un solo término

Polinomio, es la expresión algebraica que consta de más de un término.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Se pueden sumar y restar polinomios aplicando las propiedades de los números reales, teniendo en cuenta que sólo se pueden combinar términos con la misma variable elevada a la misma potencia utilizando la propiedad distributiva. Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{a) } (5x^2 + 2x + 3) + (7x^3 - x^2 + 5x - 1) &= 5x^2 + 2x + 3 + 7x^3 - x^2 + 5x - 1 \\ &= 7x^3 + 4x^2 + 7x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (5x^2 + 2x + 3) - (7x^3 - x^2 + 5x - 1) &= 5x^2 + 2x + 3 - 7x^3 + x^2 - 5x + 1 \\ &= -7x^3 + 6x^2 - 3x + 4 \end{aligned}$$

PRODUCTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para hallar el producto de expresiones algebraicas se utiliza la propiedad distributiva de forma repetida, multiplicando primero los signos, luego los coeficientes y finalmente la parte literal teniendo en cuenta las propiedades de los exponentes. Ejemplo:

$$\begin{aligned} (2x^2 - 2x)(5x^2 + 3x) &= 10x^4 + 6x^3 - 10x^3 - 6x^2 && \text{Propiedad distributiva} \\ &= 10x^4 - 4x^3 - 6x^2 && \text{Agrupación de términos semejantes} \end{aligned}$$

Dados los polinomios: $P(x) = 5x^2 - 3x + 2$ $Q(x) = 2x^3 - 1$ $R(x) = x + 1$

Calcular	Respuesta	Calcular	Respuesta
1) $P(x) + Q(x)$	$2x^3 + 5x^2 - 3x + 1$	2) $P(x) - Q(x)$	$-2x^3 + 5x^2 - 3x + 3$
3) $P(x) - R(x)$	$5x^2 - 4x + 1$	4) $R(x) - Q(x)$	$-2x^3 + x + 2$
5) $P(x) \cdot Q(x)$	$10x^5 - 6x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x - 2$	6) $P(x) \cdot R(x)$	$5x^3 + 2x^2 - x + 2$
7) $Q(x) \cdot R(x)$	$2x^4 + 2x^3 - x - 1$	8) $P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x)$	$10x^6 + 4x^5 - 2x^4 - x^3 - 2x^2 + x - 2$

Dados los polinomios $P(x) = -7x^4 + 6x^2 + 6x + 5$ $Q(x) = -2x^2 + 2 + 3x^5$ $R(x) = x^3 - x^5 + 3x^2$

Calcular	Respuesta	Calcular	Respuesta
1) $P(x) + Q(x)$	$3x^5 - 7x^4 + 4x^2 + 6x + 7$	2) $P(x) - Q(x)$	$-3x^5 - 7x^4 + 8x^2 + 6x + 3$
3) $P(x) + Q(x) + R(x)$	$2x^5 - 7x^4 + x^3 + 7x^2 + 6x + 7$	4) $P(x) - Q(x) - R(x)$	$-2x^5 - 7x^4 - x^3 + 5x^2 + 6x + 3$
5) $R(x) + P(x) - Q(x)$	$-4x^5 - 7x^4 + x^3 + 11x^2 + 6x + 3$	6) $P(x) - R(x) + Q(x)$	$4x^5 - 7x^4 - x^3 + x^2 + 6x + 7$

Dados los polinomios $P(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{3}x$ $Q(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}$ $R(x) = \frac{5}{2}x^2 + \frac{2}{3}x$

Calcular	Respuesta	Calcular	Respuesta
1) $P(x) + Q(x)$	$\frac{11}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{3}{4}$	2) $P(x) - Q(x)$	$\frac{7}{6}x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{3}{4}$
3) $P(x) + Q(x) + R(x)$	$\frac{13}{6}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{3}{4}$	4) $P(x) - Q(x) - R(x)$	$-\frac{4}{3}x^2 + x - \frac{3}{4}$
5) $R(x) + P(x) - Q(x)$	$\frac{11}{3}x^2 + \frac{7}{3}x - \frac{3}{4}$	6) $P(x) - R(x) + Q(x)$	$-\frac{2}{3}x^2 + x + \frac{3}{4}$
7) $P(x) \cdot Q(x)$	$\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{9}x^3 + \frac{9}{8}x^2 + \frac{5}{4}x$	8) $P(x) \cdot R(x)$	$\frac{15}{4}x^4 + \frac{31}{6}x^3 + \frac{10}{9}x^2$
9) $Q(x) \cdot R(x)$	$\frac{5}{6}x^4 + \frac{2}{9}x^3 + \frac{15}{8}x^2 + \frac{1}{2}x$	10) $P(x) \cdot Q(x) - R(x)$	$\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{9}x^3 - \frac{11}{8}x^2 + \frac{7}{12}x$
11) $P(x) \cdot R(x) - Q(x)$	$\frac{15}{4}x^4 + \frac{31}{6}x^3 + \frac{7}{9}x^2 - \frac{3}{4}$	12) $Q(x) \cdot R(x) - P(x)$	$\frac{5}{6}x^4 + \frac{2}{9}x^3 + \frac{3}{8}x^2 - \frac{7}{6}x$

Realizar los siguientes productos.

Calcular	Respuesta	Calcular	Respuesta
1) $(x + y)(x + y)$	$x^2 + 2xy + y^2$	2) $(x + y)(x - y)$	$x^2 - y^2$
3) $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$	$x^3 - y^3$	4) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$	$x^3 + y^3$
5) $(x + a)(x + b)$	$x^2 + x(a + b) + ab$	6) $(a + b + c)(a + b - c)$	$a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

Ejercicios de aplicación

Escribir una ecuación para cada enunciado

- 1) Si a un número x , se le resta 20 y se le dobla el resultado, se obtiene 10. R/. $2(x - 20) = 10$
- 2) El triple de un número x , coincide con el valor obtenido al sumarle 10 unidades. R/. $3x = x + 10$
- 3) La mitad de un número coincide con el valor que se obtiene al restarle 11. R/. $x/2 = x - 11$
- 4) El antecesor de un número cualquiera. R/. $x - 1$
- 5) El sucesor de un número cualquiera. R/. $x + 1$
- 6) 3 veces la diferencia de dos números. R/. $3(x - y)$
- 7) El doble de un número menos su cuarta parte. R/. $2x - x/4$
- 8) La cuarta parte de un número más el sucesor. R/. $x/4 + (x + 1)$
- 9) Perímetro de un cuadrado. R/. $4x$
- 10) Un número par. R/. $2x$
- 11) Un número impar. R/. $2x + 1$
- 12) Un múltiplo de 7. R/. $7x$
- 13) El quíntuplo de un número más su quinta parte. R/. $5x + x/5$
- 14) La edad de una señora es el doble de la de su hijo menos 5 años. R/. $2x - 5$
- 15) Un tren tarda tres horas menos que otro en ir de Madrid a Barcelona. R/. $x - 3$
- 16) Un número menos su mitad más su doble. R/. $x - x/2 + 2x$
- 17) El opuesto de un número. R/. $-x$
- 18) El inverso de un número. R/. $1/x$
- 19) Veinticinco menos el cuadrado de un número. R/. $25 - x^2$
- 20) El cuadrado de un número menos su cuarta parte. R/. $x^2 - x/4$
- 21) La suma de un número al cuadrado con su consecutivo. R/. $x^2 + (x + 1)$
- 22) La suma de un número con su consecutivo al cuadrado. R/. $x + (x + 1)^2$
- 23) La diferencia de dos números impares consecutivos. R/. $(2x + 3) - (2x + 1)$
- 24) Restar 7 al duplo de un número al cuadrado. R/. $2x^2 - 7$
- 25) El 25% de un número. R/. $\frac{25}{100}x$
- 26) Lo que cuesta un lápiz si 15 cuestan “ x ” pesos. R/. $15/x$

27) ¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8? R/. $x + 3 = 8$

28) Las tres quintas partes de un numero aumentado en un cuarto. R/. $\frac{3}{5}x + 1/4$

29) La suma entre un número par y el triple del siguiente par. R/. $2x + 3(2x + 2)$

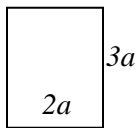
30) El producto entre el doble de un número y la tercera parte de su consecutivo. R/. $\frac{2x(x+1)}{3}$

31) La tercera parte de un número aumentado en 10. R/. $x/3 + 10$

32) Las dos terceras partes de la suma de dos números. R/. $\frac{2}{3}(x + y)$

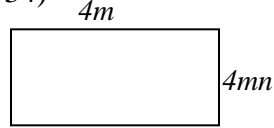
Calcular el perímetro y el área de cada rectángulo.

33)



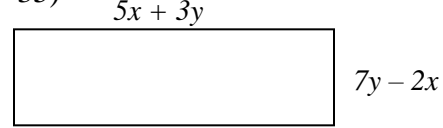
R/. $P = 10a$
 $A = 6a^2$

34)



R/. $P = 8m + 8mn$
 $A = 16m^2n$

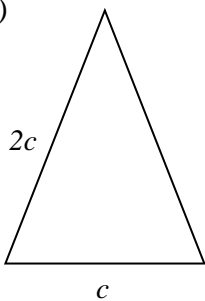
35)



R/. $P = 6x + 20y$
 $A = 29xy - 10x^2 + 21y^2$

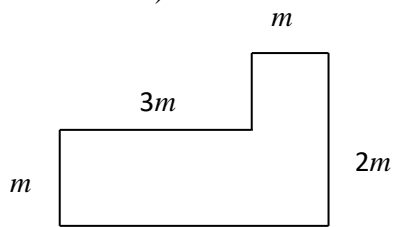
Calcular El perímetro.

36)



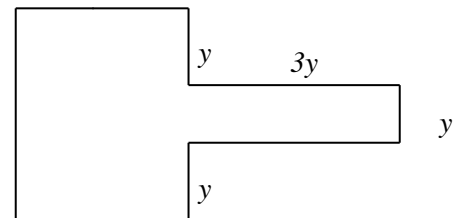
R/. $P = 5c$

37)



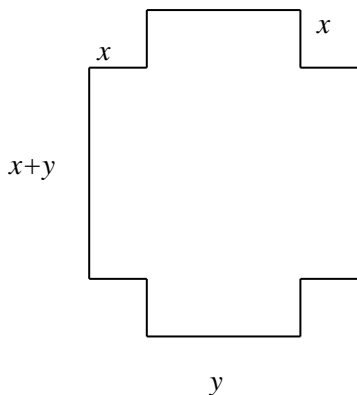
R/. $P = 11m$

38)



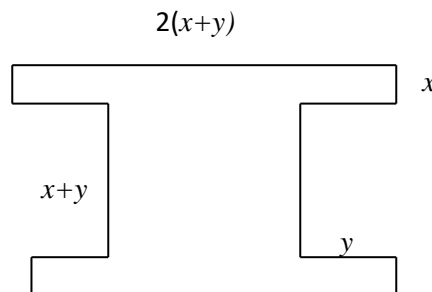
R/. $P = 16y$

39)



R/. $P = 10x + 4y$

40)



R/. $P = 10(x + y)$

EXPONENTES Y RADICALES

POTENCIACIÓN: Si a es un número real cualquiera y n es un entero positivo, entonces la potencia n -ésima de a es

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdots a$$

El número a se denomina base y n es el exponente.

Propiedades de la potenciación.

Para todo $a, b \in R$ y $m, n \in Z^+$ se cumplen las siguientes propiedades:

1) Un número elevado a 0 es igual a 1 $a^0 = 1$

2) Un número elevado a 1 es igual a sí mismo $a^1 = a$

3) Producto de potencias de igual base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4) Producto de potencias de igual exponente: $(ab)^n = a^n b^n$

5) Cociente de potencias de igual base: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, con $a \neq 0$

6) Cociente de potencias de igual exponente: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, con $b \neq 0$

7) Potencia de una potencia: $\left((a)^n\right)^m = a^{n \cdot m}$

8) Axioma de igualdad: si $a = b$ entonces $a^n = b^n$

Signos de una potencia.

Las potencias de exponente par son siempre positivas $\begin{cases} (+)^{par} = + \\ (-)^{par} = + \end{cases}$

Las potencias de exponente impar, tienen el mismo signo de la base $\begin{cases} (+)^{impar} = + \\ (-)^{impar} = - \end{cases}$

Exponentes negativos

Cuando se tiene un exponente negativo a^{-n} entonces se hace lo opuesto a multiplicar (La división es la inversa (opuesta) de la multiplicación). En otras palabras, un exponente negativo, nos indica cuantas veces dividir por ese número.

Ejemplo:

$$5^{-1} = 1 \div 5 = \frac{1}{5}$$

$$5^{-3} = 1 \div 5^3 = \frac{1}{5^3}$$

Entonces para cambiar el signo negativo a positivo o positivo a negativo se usa el inverso, es decir, $\frac{1}{a^n}$

Nota: en las respuestas el exponente se expresa como un número positivo.

Escribir en forma de una sola potencia:

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$	3^8	2) $5^7 \div 5^3$	5^4	3) $(5^3)^4$	5^{12}
4) $[(5^3)^4]^2$	5^{24}	5) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$	2^{10}	6) $2^7 \div 2^{-3}$	2^{10}
7) $[(2^3)^4(3^4)^5]^0$	1	8) $(4 \cdot 2 \cdot 4)^7$	2^{35}	9) $(-2)^2(-2)^3(-2)^4$	-2^9
10) $[(-5)^{-2}]^3(-5)^3(-5)^4$	-5	11) $\frac{6^9}{6^3}$	6^6	12) $\frac{5^6 \cdot 5^4 \cdot 5^8}{5^2 \cdot 5}$	5^{15}
13) $(-8)(-2)^2(-2)^0(-2)$	2^6	14) $(-3)^2(-3)^3(-3)^4$	-3^9	15) $[(a^3)^2(a^2)^5]^3$	a^{48}
16) $(-4)^{-5}$	$-\frac{1}{2^{10}}$	17) $(-5)^{-4}$	$\frac{1}{5^4}$	18) -5^{-4}	$-\frac{1}{5^4}$
19) $(-15)^{-1}$	$-\frac{1}{15}$	20) $(-16)^{-5}$	$-\frac{1}{2^{20}}$	21) $(-16)^{-6}$	$\frac{1}{2^{24}}$
22) -3^5	-3^5	23) $(-3)^5$	-3^5	24) $(-8)^{-2}$	$\frac{1}{2^6}$
25) $(32^3)^2$	2^{30}	26) $(2^x)(2^{-x})$	1	27) $(-125)^{-4}$	$\frac{1}{5^{12}}$

Escribir en forma de potencia los siguientes números.

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) 16	2^4	2) 256	2^8	3) 243	3^5
4) 625	5^4	5) 1000	10^3	6) 2401	7^4
7) 4096	2^{12}	8) 10000000	10^7	9) 78125	5^7
10) 16807	7^5	11) 531441	3^{12}	12) 262144	2^{18}

Simplificar

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $\frac{2^3 3^4}{6^2}$	18	2) $\frac{3^6 2^5 5^2}{(3^2)^3 (2^2)^3 5}$	$\frac{5}{2}$	3) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9}{5^{-1} \cdot 3^5 \cdot 2^3}$	30
4) $\frac{a^2 b^3 c^4}{abc^3}$	ab^2c	5) $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1} \cdot 3^{-2}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 3^{-3} \cdot 9}$	$\frac{4}{9}$	6) $\frac{3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^2}$	1
7) $\frac{3^8 a^5 b^4 c^7}{3^6 b^3 a^4 c^5}$	$9abc^2$	8) $\frac{a^7 b^4}{a^4 b^3}$	$a^3 b$	9) $\frac{5^7 m^3 y^4 z^6}{5^5 z^4 m y^2}$	$(5m y z)^2$
10) $\frac{a^{-5} b^{-3} c^{-1}}{a^{-4} b^{-3} c^{-2}}$	$\frac{c}{a}$	11) $\frac{3^{-2} a^5 b^{-3} c^7}{3^{-2} b^3 a^{-4} c^{-5}}$	$\frac{a^9 c^{12}}{b^6}$	12) $\frac{5^{-2} t^{-3} r^{-2} z^6}{5^{-3} t^4 r z^2}$	$\frac{5z^4}{t^7 r^3}$
13) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$	$\frac{5}{2}$	14) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$	$\frac{80}{27}$	15) $\frac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$	$\frac{a^2 c^8}{b^6}$
16) $\frac{3^5 m^{-5} n^{-3} o^2}{3^4 m^{-3} n^{-4} o^{-2}}$	$\frac{3no^4}{m^2}$	17) $\frac{5^{-5} x^{-5} y^4 z^{-5}}{5^{-7} x^{-3} y^4 z^{-5}}$	$\frac{25}{x^2}$	18) $\left(\frac{5^6 x^{-5} y^{-4} z^3}{5^7 x^{-3} y^2 z^{-2}} \right)^{-2}$	$\frac{25x^4 y^{12}}{z^{10}}$
19) $\left(\frac{192x^{-2} y^4 z^{-3}}{32x^4 y^{-6} z^2} \right)^2$	$\frac{36y^{20}}{x^{12} z^{10}}$	20) $\left[\frac{x^{n-1} y^n}{x^n y^{n-1}} \right]$	$\frac{y}{x}$	21) $\left(2x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{2}} \right)^2$	$4xy^3$
22) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}} y^{-\frac{5}{6}}}{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{5}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{x^{\frac{5}{4}} y^{15/4}}$	23) $\frac{x^{-3/4} \cdot y^{-5/3}}{x^{-1/2} \cdot y^{-1/3}}$	$\frac{1}{x^{1/4} y^{4/3}}$	24) $\left\{ \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 \right\}^{-4}$	$\left(\frac{3}{2} \right)^{24}$

25) $\frac{3^{-1} + 2^{-1}}{2^{-1} - 3^{-1}}$	5	26) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5$	27) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5$
28) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$	$\frac{2}{3}$	29) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\frac{2}{3}$	30) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5$
31) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\frac{2}{3}$	32) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \div \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5$	33) $\left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^3$	$\left(\frac{1}{10}\right)^6$
34) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-5} \div \left(\frac{2}{5}\right)^{11}$	$\left(\frac{5}{2}\right)^{20}$	35) $\left(\frac{4}{9}\right)^{-2} \div \left(\frac{27}{8}\right)^{-3}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{13}$	36) $\frac{5^{n+1}}{(5^n)^{n-1}} \div \frac{25^{n+1}}{(5^{n-1})^{n+1}}$	$\frac{1}{25}$
37) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \left(\frac{81}{16}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \left(\frac{2}{3}\right) \left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2 \left(\frac{8}{27}\right)^3}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{15}$	38) $\frac{\left(2 - \frac{1}{5}\right)^2}{\left(3 - \frac{2}{9}\right)^{-1}} \div \frac{\left(\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{4} - \frac{2}{7} \div \frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \div \frac{1}{5}\right)} - 5\frac{1}{7}$			$\frac{6}{7}$
39) $\frac{2^{n+3} - 2^n + 7}{2^{n+1} - 2^n + 1}$	7	40) $\frac{(3^{2n})^{n-1} \cdot (81^n)^{2-n} (243)^{n(n-1)}}{3^3 \cdot 3^{n-2} \cdot (27^{n-1})^{n+1}}$			9
41) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13\left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] \div \left[\left(\frac{1}{2} - 1\right) \div \frac{5}{2}\right]$	-10	42) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right] \div \left[2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]$			$\frac{153}{44}$
43) $\left[5 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right] + \left[9 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 2^{-2}\right]$	7	44) $\left[5 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right] \div \left[9 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 2^{-2}\right]$			0
45) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} \div 2 - 6 \div \frac{8}{3} - (1)^{-2}$	$-\frac{13}{9}$	46) $\left[\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{6}{5}\right)^2\right] \div \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{10}\right)^2$			$\frac{5}{2}$

RADICACIÓN

RADICACIÓN: Si n es un entero positivo, entonces la raíz n -ésima principal de a se define como sigue:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ quiere decir que } b^n = a$$

Si n es par, debemos tener $a \geq 0 \wedge b \geq 0$

Propiedades de la radicación.

Para todo $a, b \in R$ y $m, n \in Z^+$ con $n > 1$ se cumplen las siguientes propiedades:

1) Producto de raíces de igual índice: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ excepto cuando a y b son ambos negativos y n es par

2) Producto de raíces de igual radicando: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[mm]{a^{n+m}}$

3) Cociente de raíces de igual índice: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, con $b \neq 0$

4) Cociente de raíces de igual radicando: $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mm]{a^{n-m}}$, con $a \neq 0$

5) Raíz de una raíz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

6) Simplificación de radicales: $\sqrt[nm]{a^{mq}} = \sqrt[n]{a^q}$

7) Axioma de igualdad: si $a = b$ entonces $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$

8) $\sqrt[n]{a^n} \begin{cases} |a| & \text{Si } n \text{ par} \\ a & \text{Si } n \text{ impar} \end{cases}$

9) Exponentes radicales $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$ si n es par $a \geq 0$

Hallar la raíz de

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $\sqrt{1024}$	32	2) $\sqrt[5]{1024}$	4	3) $\sqrt{53824}$	232
4) $\sqrt{44100}$	210	5) $\sqrt[3]{216}$	6	6) $\sqrt{1728}$	$24\sqrt{3}$
7) $\sqrt{24336}$	156	8) $\sqrt{65536}$	256	9) $\sqrt[4]{65536}$	16
10) $\sqrt[3]{1728}$	12	11) $\sqrt[4]{6561}$	9	12) $\sqrt[6]{4096}$	4
13) $(\sqrt[4]{17})^4$	17	14) $(\sqrt[3]{8})^2$	4	15) $\sqrt[7]{(-4)^7}$	-4
16) $\sqrt[4]{(-5)^4}$	5	17) $\sqrt[4]{16^3}$	8	18) $\sqrt[5]{(-243)^2}$	9
19) $\sqrt[6]{8^4}$	4	20) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$	2	21) $\sqrt[7]{16384}$	4

22.) $\sqrt{81 \cdot 100}$	90	23.) $\sqrt[3]{216 \cdot 125}$	30	24.) $\sqrt[3]{27 \cdot 343 \cdot 512}$	168
25.) $\sqrt{144x36x25}$	360	26.) $\sqrt[6]{(a^2)^5 \cdot (a^3)^8 \cdot a^2}$	a^6	27.) $\sqrt[3]{4^3 \cdot 5^3 \cdot 2^6}$	80
28.) $\sqrt{9b^6c^2}$	$3b^3c$	29.) $\sqrt[3]{-27m^9y^3}$	$-3m^3y$	30.) $\sqrt[5]{-32a \cdot b^{10}c^{15}}$	$-2b^2c^3\sqrt[5]{a}$
31.) $\sqrt[6]{64p^{-6}q^{18}r^{24}}$	$\frac{2q^3r^4}{p}$	32.) $\sqrt{121a^{-2}b^{-1}c^4}$	$\frac{11c^2}{a} \sqrt{\frac{1}{b}}$	33.) $\sqrt[3]{0,064y^{-3}x^{-12}}$	$\frac{2}{5yx^4}$
34.) $\sqrt[3]{16a^3m^6}$	$2am^2\sqrt[3]{2}$	35.) $\sqrt[4]{b^3c^{10}y^{-9}}$	$\frac{c^2}{y^2} \sqrt[4]{\frac{b^3c^2}{y}}$	36.) $\sqrt[3]{27a^3b^9c^{12}}$	$3ab^3c^4$
37.) $\sqrt{\frac{25m^2n^6}{81a^{10}x^4}}$	$\frac{5mn^3}{9a^5x^2}$	38.) $\sqrt{\frac{81a^2b^2c^8}{144x^2y^6}}$	$\frac{3abc^4}{4xy^3}$	39.) $\sqrt[5]{\frac{-1}{x^5y^{15}}}$	$-\frac{1}{xy^3}$

Realizar las siguientes operaciones con radicales

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	2) $3\sqrt[4]{5} - 2\sqrt[4]{5} - 2\sqrt[4]{5}$	$-\sqrt[4]{5}$
3) $\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{75}$	$9\sqrt{3}$	4) $\sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} - \sqrt[12]{64}$	$\sqrt{2}$
5) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$	$-8\sqrt{3}$	6) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486}$	$6\sqrt{6}$
7) $2\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180}$	$11\sqrt{5}$	8) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$	$6\sqrt[3]{2}$
9) $\sqrt{18} + \sqrt{50} + \sqrt{2} - \sqrt{8}$	$7\sqrt{2}$	10) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 6\sqrt{5}$	$5\sqrt{5}$
11) $\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{150}$	$4\sqrt{6}$	12) $\sqrt{27} + \sqrt{300} - \sqrt{12}$	$11\sqrt{3}$
13) $\sqrt{20} - \sqrt{245} + 3\sqrt{5}$	$-2\sqrt{5}$	14) $\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{\frac{18}{3}} - 4\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
15) $\sqrt{\frac{9}{5}} - \sqrt{\frac{81}{5}} + \sqrt{\frac{49}{5}}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	16) $\sqrt{\frac{75}{18}} - \sqrt{\frac{27}{50}} - 2\sqrt{\frac{12}{128}}$	$\frac{17\sqrt{6}}{60}$
17) $2\sqrt{45} - \frac{3}{4}\sqrt{125} - \frac{1}{2}\sqrt{180}$	$-\frac{3\sqrt{5}}{4}$	18) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \frac{3}{4}\sqrt{48} + \frac{1}{6}\sqrt{72}$	$4\sqrt{3}$

19) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{2} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{2} - \frac{2}{3}\sqrt[3]{2}$		$\frac{1}{12}\sqrt[3]{2}$	20) $-\sqrt{\frac{y}{2}} + \sqrt{\frac{y}{8}} - \sqrt{\frac{y}{18}}$		$-\frac{5\sqrt{2y}}{12}$
21) $7\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{128}$		$15\sqrt[3]{2}$	22) $\frac{1}{3}\sqrt{5} + \frac{3}{5}\sqrt{5} - \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt{5}$		$\frac{7}{15}\sqrt{5}$
Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
23) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$	$2\sqrt{3}$	24) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{32}$	4	25) $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{-4}$	2
26) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$	2	27) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{4}$	4	28) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}$	$2\sqrt{6}$
29) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$	3	30) $\sqrt{m} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt[4]{m^3}$	$m \cdot \sqrt[12]{m^{11}}$	31) $\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[9]{x^6} \cdot \sqrt[15]{x^{10}}$	x^2
32) $\sqrt[5]{3x^3} \cdot \sqrt{3x}$	$x \cdot \sqrt[10]{3^7 x}$	33) $\sqrt{4x} \cdot \sqrt[3]{4x^2} \cdot \sqrt[6]{16x^3}$	$4x \cdot \sqrt[6]{4x^4}$	34) $\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt[5]{a^2b^3}$	$b \cdot \sqrt[15]{a^{11}b^4}$
35) $\frac{1}{2}\sqrt{14} \cdot \frac{2}{7}\sqrt{21}$	$\sqrt{6}$	36) $\sqrt[3]{12x^2} \cdot 12\sqrt[3]{50x^4}$	$24x \cdot \sqrt[3]{75}$	37) $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}}$	$\frac{3}{2}$
38) $\frac{\sqrt[9]{128}}{\sqrt[9]{16}}$	$\sqrt{2}$	39) $\frac{\sqrt[3]{2000}}{\sqrt[3]{2}}$	10	40) $\sqrt{\frac{9}{16}} \times \frac{4}{25}$	$\frac{3}{10}$
41) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$	$\sqrt[10]{2^3}$	42) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$	$\sqrt[6]{2}$	43) $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}}$	$4\sqrt[3]{4}$
44) $\sqrt[3]{\frac{5}{27}} \times \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$	$\frac{2}{3}$	45) $\sqrt[3]{\frac{-1728}{27}}$	-4	46) $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$	3
47) $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3}$	$2\sqrt{2}$	48) $\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt{4}}$	$\sqrt[6]{\frac{25}{4}}$	49) $\sqrt[3]{\frac{27m^9n^{16}}{125}}$	$\frac{3m^3n^5}{5}\sqrt[3]{n}$
50) $\sqrt[4]{\frac{32x^{10}}{81y^{20}}}$	$\frac{2x^2}{3y^5}\sqrt[4]{2x^2}$	51) $\frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[6]{32}}$	$\sqrt[12]{\frac{1}{2}}$	52) $\frac{\sqrt[3]{x^4y^3}}{\sqrt[3]{xy^5}}$	$x \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{y^2}}$
53) $\sqrt[3]{88} \div \sqrt[3]{11}$	2	54) $\sqrt{75x^3y^3} \div 5\sqrt{3xy}$	xy	55) $\sqrt[3]{81x^2} \div 3\sqrt[3]{3x^2}$	1
56) $\sqrt[3]{64x^4y^{-6}}$	$\frac{4x}{y^2}\sqrt[3]{x}$	57) $\sqrt{\sqrt[3]{64a^{12}b^{24}}}$	$2a^2b^4$	58) $\sqrt{5^2xy^3} \cdot \sqrt[3]{2x^2y^3}$	$5xy \cdot \sqrt[6]{4xy^3}$

Racionalizar

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $\frac{15}{\sqrt{5}}$	$3\sqrt{5}$	2) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$	$\frac{5\sqrt{2}}{4}$	3) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$
4) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$	$\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$	5) $\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}$	$\frac{\sqrt[5]{8}}{3}$	6) $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$
7) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$	$\frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$	8) $\frac{2}{\sqrt[4]{x^3 y^2}}$	$\frac{2\sqrt[4]{xy^2}}{xy}$	9) $\frac{2x}{3\sqrt[3]{x}}$	$\frac{2\sqrt[3]{x^2}}{3}$
10) $\frac{4}{\sqrt[9]{256y^8}}$	$\frac{2\sqrt[9]{2y}}{y}$	11) $\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$	$\frac{\sqrt[3]{4x^2}}{2x}$	12) $\sqrt[3]{\frac{x}{\sqrt{x}}}$	$\sqrt[6]{x}$

Calcular el valor de las siguientes potencias

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $27^{\frac{2}{3}}$	9	2) $16^{\frac{3}{2}}$	64	3) $8^{\frac{2}{3}}$	4
4) $81^{0.75}$	27	5) $27^{\frac{1}{3}}$	3	6) $9^{0.5}$	3
7) $9^{-\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{3}$	8) $125^{-\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{5}$	9) $64^{\frac{2}{3}}$	16
10) $729^{0.\bar{3}}$	9	11) $27^{0.\bar{6}}$	9	12) $8^{0.333\dots}$	2
13) $256^{0.125}$	2	14) $243^{0.2}$	3	15) $4096^{-0.1\bar{6}}$	$\frac{1}{4}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 1) En una caja hay 2^5 docenas de huevos. Sí, 2^3 están rotos, ¿Cuántos huevos sanos quedan en la caja? R/. 288
- 2) Una tienda recibe 3^2 cajas de chicles. En cada caja hay 4^3 paquetes con 5 chicles cada una.
 - a) ¿Cuántos chicles ha recibido en total? R/. 2880
 - b) Si cada uno se vende a \$100, ¿Cuánto dinero se obtendrá por la venta de todos los chiclets? R/. \$288000

- 3) Clara compró 5^2 bandejas de flores. Cada bandeja tiene 3^2 flores. Si cada flor cuesta \$1200 ¿Cuánto dinero ha gastado en total? R/. \$270000
- 4) Una caja de jugos en botella tiene un valor de \$6⁶, calcular el valor de cada botella, teniendo en cuenta que la caja trae 6² unidades. R/. \$1296
- 5) En la bodega de una guardería hay 7³ pelotas de colores, si las quieren repartir en un grupos de 7² niños. ¿Cuántas pelotas le corresponden a cada niño? R/. 7
- 6) Una camioneta de reparto, entrega en 6 almacenes de lunes a sábado, "6 cajas con 6 bebidas cada una". ¿Cuántas bebidas reparte en una semana? R/. $6^4 = 1296$ cajas
- 7) A un cubo de arista 4 le aumentaron los lados al doble.
- ¿Cuál es el volumen del cubo de arista 4? R/. 64
 - ¿Cuál es el volumen del nuevo cubo? R/. 512
 - ¿En cuántas veces aumenta el volumen? R/. 8 veces
- Volumen del cubo = a^3 , con a: medida de la arista.
- 8) Una bacteria cada hora se reproduce 10 veces más que la hora anterior.
- ¿Cuántas bacterias hay al cabo de 4 horas? R/. 10⁴ bacterias
- 9) En un almacén hay una pila de cajas de zapatos que tiene 25 cajas de largo, 25 de ancho y 25 de alto. Si cada par se vende en US \$25 ¿Cuánto vale la pila? R/. US \$390625
- 10) En un cajón hay 12 cajas de lápices, cada caja tiene 12 paquetes, cada paquete tiene 12 mazos y cada mazo tiene una docena de lápices. ¿Cuántos lápices hay en el cajón? R/. 20736
- 11) ¿Qué número elevado a 5 es 243? R/. 3
- 12) ¿Qué número elevado a 3 es 216? R/. 6
- 13) ¿Cuál es el número cuyo triple de su cuadrado es 300? R/. 10
- 14) Un terreno cuadrado tiene una superficie de 324 m² ¿Cuánto costará cercarlo si el metro de valla cuesta 380 pesos? R/. 27,360 pesos R/.
- 15) Un propietario tiene un terreno cuyas dimensiones son 32 m de largo por 8 m de ancho, y quiere permutarlo por un terreno cuadrado de la misma superficie. ¿Cuál debe de ser el lado del terreno cuadrado? R/. 16 m
- 16) Una mesa cuadrada tiene una superficie de 841 dm² ¿Cuánto mide su lado? **R:** 29 dm
- 17) Un terreno cuadrado tiene una superficie de 635.04 m² ¿Cuál es la longitud que tiene la valla que lo rodea? R/. 100.8 m

- 18) Un comerciante ha comprado cierto número de pantalones por \$256. Sabiendo que el número de pantalones coincide con el precio de cada pantalón, ¿cuántos pantalones compró? R/. 16 pantalones
- 19) ¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de 867 m^2 si su longitud es triple que su ancho? R/. 51 m de largo y 17 m de ancho
- 20) Un terreno cuadrado tiene una superficie de $2,209 \text{ m}^2$ y se quiere rodear con una valla que cuesta \$3.50 cada metro. ¿Cuánto cuesta la obra? R/. \$658
- 21) Se compra cierto número de bolígrafos por 196 pesos. Sabiendo que el precio de un bolígrafo coincide con el número de bolígrafos comprados, ¿cuál es el precio de un bolígrafo? R/. 14
- 22) Una caja en forma cúbica tiene un volumen de $125,000 \text{ cm}^3$. Si se corta la mitad superior, ¿cuáles serán las dimensiones del recipiente resultante? R/. 50 cm de largo, 50 cm de ancho y 25 cm de largo.
- 23) Un depósito en forma cúbica tiene una capacidad de $1,728 \text{ m}^3$. Si el agua contenida en el depósito ocupa un volumen de $1,296 \text{ m}^3$, ¿qué altura alcanza el agua en el depósito? R/. 9 m
- 24) Un terreno tiene 500 metros de largo y 45 de ancho. Si se le diera forma cuadrada, ¿cuáles serían las dimensiones de este cuadrado? R/. 150 m de lado
- 25) En un depósito hay 250047 dms^3 de agua, la cual adopta la forma de un cubo. Si el agua llega a 15 dms del borde, ¿cuáles serán las dimensiones del estanque? R/. 67 dm de ancho y largo; 78 dm de alto.
- 26) Se compra cierto número de libros por \$729. Si el número de libros comprado es el cuadrado del precio de un libro, ¿cuántos libros he comprado y cuánto costó cada uno? R/. 81 libros; \$9