

Taller 4: Modelos lineales, Sistemas de Ecuaciones, Ecuaciones Logarítmicas y Exponenciales

I. En los problemas del 1 al 4 halle la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados, y dibuje la recta.

1. (4, 1), (7, 10). 2. (-3, 11), (2, 1). 3. (4, -2), (-6, 3). 4. (2, -4), (3, -4).

II. En los siguientes problemas determine una ecuación lineal general ($Y = mx + b$) de la recta que tiene las propiedades indicadas, y haga el bosquejo de cada recta.

1. Pasa por $(-2, 5)$ y tiene pendiente $-\frac{1}{4}$. 2. Pasa por $(-\frac{5}{2}, 5)$ y tiene pendiente $\frac{1}{3}$.
3. Pasa por $(-6, 1)$ y $(1, 4)$. 4. Pasa por $(7, 1)$ y $(7, -5)$.
5. Pasa por $(3, -1)$ y $(-2, -9)$. 6. Pasa por $(0, 0)$ y $(2, 3)$.
7. Tiene pendiente 2 y su intersección con el eje y es 4. 8. Tiene pendiente 5 y su intersección con el eje y es -7 .

III. En los siguientes problemas determine si las rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos.

1. $y = 7x + 2$, $y = 7x - 3$. 2. $y = 4x + 3$, $y = 5 + 4x$.
3. $y = 5x + 2$, $-5x + y - 3 = 0$. 4. $y = x$, $y = -x$.
5. $x + 2y + 1 = 0$, $y = -2x$. 6. $x + 2y = 0$, $x + y - 4 = 0$.

IV. Resuelva los siguientes problemas de aplicación

- En 1988, las acciones de una compañía de biotecnología se cotizaban en \$30 por acción. En 1998, la compañía empezó a tener problemas y el precio de las acciones cayó a \$10 por acción. Dibuje una recta que muestre la relación entre el precio por acción y el año en que se comerciaron, con años en el eje x y el precio en el eje y . Encuentre una interpretación para la pendiente.
- La propietaria de una tienda de embutidos inicia su negocio con una deuda de \$100,000. Después de operar durante cinco años, ella acumula una utilidad de \$40,000.
- El costo diario promedio, C , para una cuarto en un hospital de la ciudad se elevó \$59.82 por año durante los años 1990 a 2000. Si el costo promedio en 1996 fue \$1128.50, ¿cuál es una ecuación que describe el costo promedio durante esta década, como una función del número de años, T , desde 1990?
- Un pequeño negocio pronostica que su ingreso crecerá de acuerdo con el método de la línea recta con una pendiente de \$50,000 por año. En su quinto año, el negocio tuvo ingresos por \$330,000. Determine una ecuación que describa la relación entre los ingresos, R , y el número de años, T , desde la apertura del negocio.
- Suponga que un fabricante de zapatos colocará en el mercado 50 mil pares cuando el precio es 35 (dólares por par) y 35 mil pares de zapatos cuando el precio es 30 dólares. Determine la ecuación de oferta, suponiendo que el precio p y la cantidad q están relacionadas de manera lineal.
- Una compañía de electricidad cobra a clientes residenciales 12.5 centavos por kilowatt-hora más un cargo base mensual. La factura mensual de un cliente viene con \$51.65 por 380 kilowatt-hora. Determine una función lineal que describa el monto total por concepto de electricidad, si x es el número de kilowatt-hora utilizados en un mes.

V. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones

Ejercicios tomados de los textos: Matemáticas para la Administración y Economía y Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía.

$$1. \begin{cases} 2x - y = 6, \\ 3x + 2y = 5. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 8x - 4y = 7, \\ y = 2x - 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x + 5y = 3, \\ 3x + 4y = 2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x + 6y = 9, \\ 4x + 8y = 12. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}y = -4, \\ \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 8. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{12}, \\ \frac{4}{3}x + 3y = \frac{5}{3}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x - 2y + z = -2, \\ 2x + y + z = 1, \\ x + 3y - z = 3. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + \frac{2y + x}{6} = 14, \\ y + \frac{3x + y}{4} = 20. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x^2 - y + 2x = 7, \\ x^2 + y = 5. \end{cases}$$

VI. Resuelva los siguientes problemas de aplicación

- Un fabricante vende todo lo que produce. Su ingreso total está dado por $y_{TR} = 7q$ y el costo total es $y_{TC} = 6q + 800$, donde q representa el número de unidades producidas y vendidas.
 - Encuentre el nivel de producción en el punto de equilibrio y dibuje el diagrama de equilibrio.
 - Encuentre el nivel de producción en el punto de equilibrio, si el costo total se incrementa en 5%.
- El punto de equilibrio de mercado para un producto ocurre cuando se producen 13,500 unidades a un precio de \$4.50 por unidad. El productor no proveerá unidades a \$1 y el consumidor no demandará unidades a \$20. Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda si ambas son lineales.
- Un fabricante de juguetes para niños alcanzará el punto de equilibrio en un volumen de ventas de \$200,000. Los costos fijos son de \$40,000 y cada unidad de producción se vende a \$5. Determine el costo variable por unidad.
- La compañía Sandalias Cómodas fabrica sandalias para las que el costo del material es de \$0.80 por par, y el costo de mano de obra es de \$0.90 por par. Hay costos adicionales por par de \$0.30. Los costos fijos son de \$70,000. Si cada par se vende a \$2.50, ¿cuántos pares se deben vender para que la compañía llegue al equilibrio?
- Una compañía determinó que la ecuación de demanda para su producto es $p = 1000/q$, donde p es el precio por unidad para q unidades en algún periodo. Determine la cantidad demandada cuando el precio por unidad es (a)\$4, (b)\$2 y (c)\$0.50. Para cada uno de estos precios calcule el ingreso total que la compañía recibirá. ¿Cuál será el ingreso sin importar el precio? (*Sugerencia:* encuentre el ingreso cuando el precio es p dólares.)

VII. En los problemas del 1 al 6 escriba cada una de las formas exponenciales de manera logarítmica y cada forma logarítmica de manera exponencial.

$$1. 3^5 = 243.$$

$$2. \log_7 343 = 3.$$

$$3. \log_{16} 2 = \frac{1}{4}.$$

$$4. 10^5 = 100,000.$$

$$5. e^4 = 54.598.$$

$$6. \log_9 9 = 1.$$

VIII. En los problemas del 7 al 12 determine el valor de la expresión sin utilizar una calculadora.

7. $\log_5 125$.

8. $\log_4 16$.

9. $\log_2 \frac{1}{16}$.

10. $\log_{1/3} \frac{1}{9}$.

11. $\log_{1/3} 9$.

12. $\log_4 2$.

IX. En los problemas del 13 al 18 encuentre x sin utilizar una calculadora.

13. $\log_5 625 = x$.

14. $\log_x \frac{1}{8} = -3$.

15. $\log x = -2$.

16. $\ln \frac{1}{e} = x$.

17. $\ln(2x + 3) = 0$.

18. $e^{\ln(x+4)} = 7$.

X. En los siguientes problemas escriba cada expresión como un solo logaritmo.

1. $2 \log 5 - 3 \log 3$.

2. $6 \ln x + 4 \ln y$.

3. $2 \ln x + \ln y - 3 \ln z$.

4. $\log_6 2 - \log_6 4 - 9 \log_6 3$.

5. $\frac{1}{2} \log_2 x + 2 \log_2(x^2) - 3 \log_2(x + 1) - 4 \log_2(x + 2)$.

6. $3 \log x + \log y - 2(\log z + \log w)$.

XI. En los siguientes problemas encuentre x . Redondee sus respuestas a tres decimales.

1. $\log(2x + 1) = \log(x + 6)$.

2. $\log x + \log 3 = \log 5$.

3. $\log 7 - \log(x - 1) = \log 4$.

4. $\log_2 x + 3 \log_2 2 = \log_2 \frac{2}{x}$.

5. $\ln(-x) = \ln(x^2 - 6)$.

6. $\ln(4 - x) + \ln 2 = 2 \ln x$.

7. $e^{2x} \cdot e^{5x} = e^{14}$.

8. $(e^{5x+1})^2 = e$.

9. $(16)^{3x} = 2$.

10. $(27)^{2x+1} = \frac{1}{3}$.

11. $e^{2x} = 9$.

12. $e^{4x} = \frac{3}{4}$.

13. $3e^{3x+1} = 15$.

14. $6e^{1-x} + 1 = 25$.

15. $10^{4/x} = 6$.

XII. Resuelva los siguientes problemas de aplicación

- Debido a una campaña de publicidad ineficaz, la compañía Rasurado Al Ras encuentra que sus ingresos anuales han sufrido una reducción drástica. Por otra parte, el ingreso anual R al final de los t años de negocios satisface la ecuación $R=200,000e^{-0.2t}$. Encuentre el ingreso anual al final de 2 años y al final de 3 años.
- La ecuación $A= P(1.1)^t$ da el valor A , al final de t años de una inversión de P dólares compuesta anualmente a una tasa de interés de 10%. ¿Cuántos años tomará para que una inversión se duplique? Proporcione su respuesta al año más cercano.
- La ecuación de demanda para un producto es $q= 80- 2^p$. Resuelva para p y exprese su respuesta en términos de logaritmos comunes como en el ejemplo 4. Evalúe p con dos decimales cuando $q= 60$.
- Si Una función exponencial está incluida en la fórmula de interés compuesto: $S = P(1 + r)^n$, donde S es el monto compuesto de un principal de P al final de n periodos de interés a la tasa periódica r . entonces a partir de ella resuelva:
 - Si \$2600 se invierten durante 6.5 años a 6% compuesto cada trimestre, determine (a) el monto compuesto y (b) el interés compuesto.
 - Encuentre el monto compuesto de una inversión de \$4000 durante 5 años a una tasa de 11% compuesto mensualmente.
 - Encuentre la tasa nominal que corresponde a una tasa periódica de 1.2% mensual.

Ejercicios tomados de los textos: Matemáticas para la Administración y Economía y Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía.