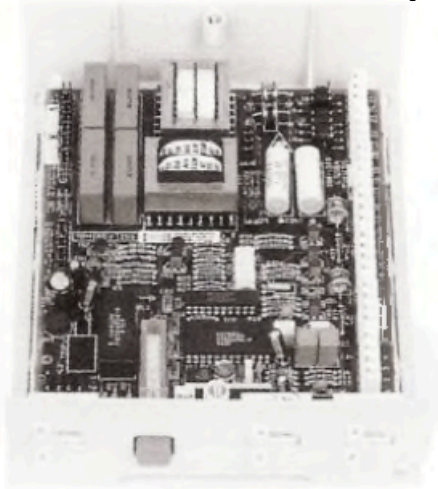




# Física Mecánica



# Mediciones técnicas y vectores

La **Física** puede definirse como la ciencia que investiga los conceptos fundamentales de la materia, la energía y el espacio, así como las relaciones entre ellos.

# Aplicaciones de la Física

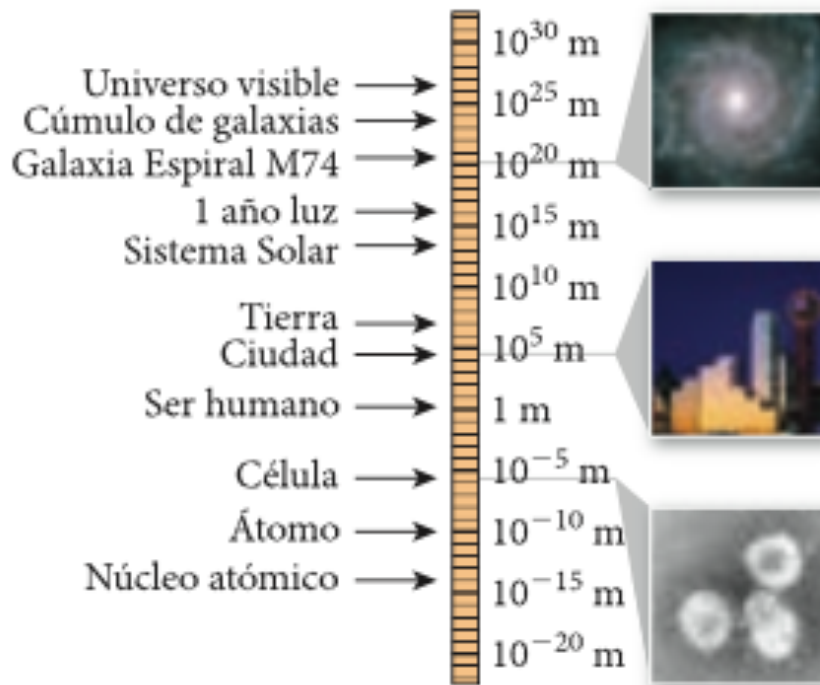
- <https://www.youtube.com/watch?v=SQT-ngz5mNc>
- <https://www.youtube.com/watch?v=e2b9FzC937g>
- <https://www.youtube.com/watch?v=e2b9FzC937g>
- [https://www.youtube.com/watch?v=LIC9\\_vvtSRU](https://www.youtube.com/watch?v=LIC9_vvtSRU)
- <https://www.youtube.com/watch?v=uN0DDNBCIuY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=a4S5D-A0j14>
- <https://www.youtube.com/watch?v=EUcaCKWk83Q>

# UNIDADES DE MEDIDA

MAGNITUD	SI	CGS	INGLES
Longitud	Metro (m)	Centímetro (cm)	Pie
Masa	Kilogramo (kg)	Gramo (g)	Libra (lb)
Tiempo	Segundo (s)	Segundo (s)	Segundo (s)
Área o Superficie	M <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	pie <sup>2</sup>
Volumen	M <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	pie <sup>3</sup>
Velocidad	m/s	cm/s	pie/s
Aceleración	m/s <sup>2</sup>	cm/s <sup>2</sup>	pie/s <sup>2</sup>
Fuerza	$\frac{Kg \cdot m}{s^2} = \text{Newton}(N)$	$\frac{g \cdot cm}{s^2} = \text{Dina}$	$\frac{\text{libra} \cdot \text{pie}}{s^2} = \text{Poundal}$
Trabajo y Energía	n-m=joule (j)	Dina-cm=ergio	Poundal-pie
Presión	N/m <sup>2</sup> =Pascal(Pa)	Dina/cm <sup>2</sup> =baria	Poundal/pie <sup>2</sup>
Potencia	Joules/s=watt	Ergio/s	Poundal-pie/s

- **Escalas de longitud**

La *longitud* se define como la medida de distancia entre dos puntos en el espacio. La figura muestra algunas escalas de longitud para objetos y sistemas comunes que abarcan 40 órdenes de magnitud.

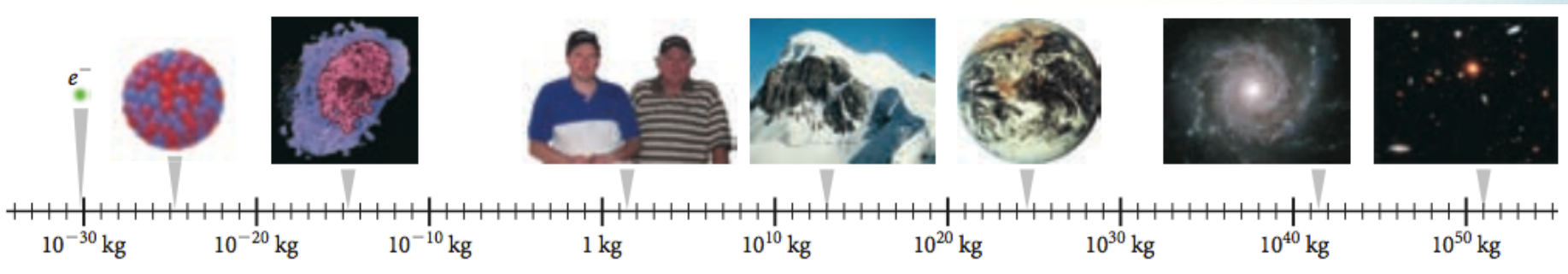


$$1 \text{ AU} = 1.495 98 \cdot 10^{11} \text{ m.}$$

$$1 \text{ año luz} = 9.46 \cdot 10^{15} \text{ m.}$$

- **Escalas de masa**

*Masa* es la cantidad de materia en un objeto. Cuando considera la gama de masas de los objetos físicos, obtiene un intervalo todavía más imponente de ordenes de magnitud (figura 1.8) que para las longitudes.



- **Escalas de tiempo**

El *tiempo* es la duración entre dos eventos. Las escalas humanas de tiempo están en el intervalo de un segundo (por lo general la duración de un latido del corazón humano) a un siglo (la esperanza aproximada de vida de una persona que nazca ahora).

La esperanza de vida está aumentando a una tasa cada vez más rápida:

- Durante el Imperio Romano, hace 2000 años, una persona podía esperar vivir sólo 25 años.
- En 1850, las tablas actuariales mencionan 39 años como el tiempo de vida media humana.
- En la actualidad esa cifra es de 80 años.

- 1 metro (m) = 1000 milímetros (mm)
- 1 metro (m) = 100 centímetros (cm)
- 1 kilómetro (km) = 1000 metros (m)

## Equivalencia entre SI y SUEU

- 1 pulgada (in) = 25.4 milímetros (mm)
- 1 pie (ft) = 0.3048 metros (m)
- 1 yarda (yd) = 0.914 metros (m)
- 1 milla (mi) = 1.61 kilómetros (km)



## Múltiplos y Submúltiplos

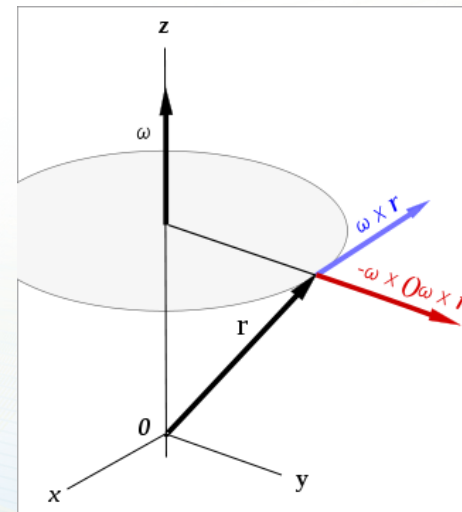
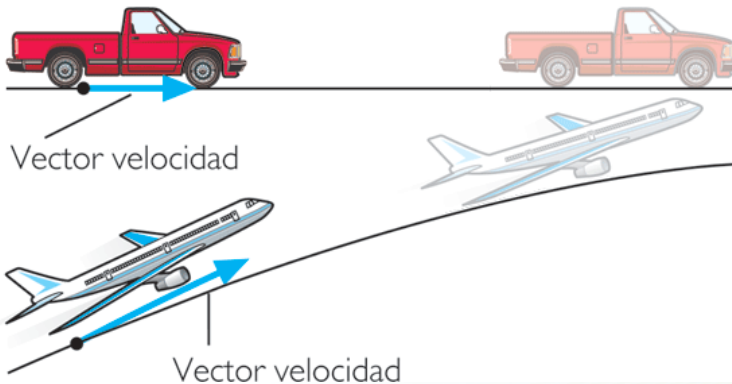
Múltiplos			Submúltiplos		
Potencia	Prefijo	Escritura/notación	Potencia	Prefijo	Escritura/notación
$10^3$	kilo-	k	$10^{-3}$	mili-	m
$10^6$	mega-	M	$10^{-6}$	micro-	$\mu$
$10^9$	giga-	G	$10^{-9}$	nano-	n
$10^{12}$	tera-	T	$10^{-12}$	pico-	p
$10^{15}$	peta-	P	$10^{-15}$	femto-	f
$10^{18}$	exa-	E	$10^{-18}$	atto-	a
$10^{21}$	zetta-	Z	$10^{-21}$	zepto-	z
$10^{24}$	yotta-	Y	$10^{-24}$	yocto-	y

# EJEMPLOS

- **Ejemplo:** Un tanque tiene la forma de cono invertido, con una altura  $h = 2.5$  m y radio de la base  $r = 0.75$  m. Si se vierte agua en el tanque a razón de 15 L/s, ¿cuánto tardar en llenarse el tanque?
- **Ejemplo:** Si el radio de un planeta es mayor que el de la Tierra por un factor de 5.8, ¿qué tanto mayor es el volumen del planeta que el de la Tierra?
- **Ejemplo:** El tanque de gasolina de un automóvil tiene la forma de una caja rectangular recta con una base cuadrada cuyos lados miden 62 cm. Su capacidad es de 52 L. Si en el tanque quedan sólo 1.5 L de gasolina, ¿que tan profunda está la gasolina en el tanque, suponiendo que el auto está estacionado a nivel del suelo?

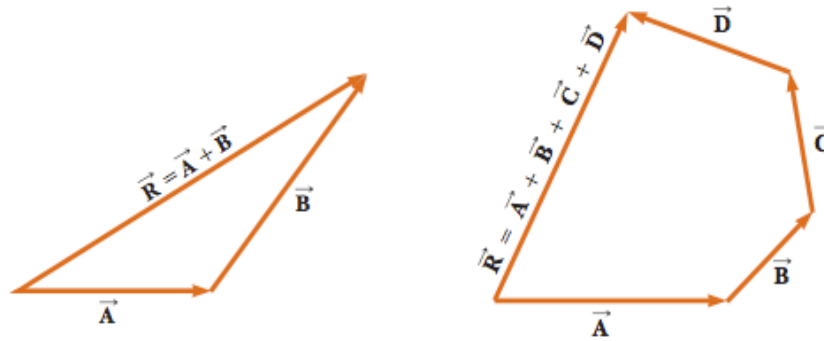
# CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

- Una *cantidad escalar* se especifica por completo mediante un valor único con una unidad adecuada y no tiene dirección.
- Una *cantidad vectorial* se especifica por completo mediante un número y unidades apropiadas más una dirección.

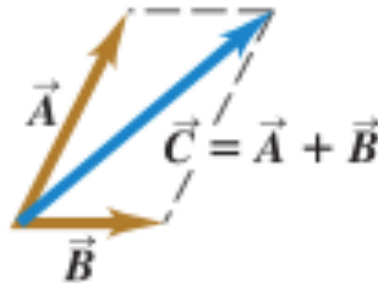


# SUMA O ADICIÓN DE VECTORES POR MÉTODOS GRÁFICOS

- El *método del polígono* es el más útil, ya que puede aplicarse fácilmente a más de dos vectores.

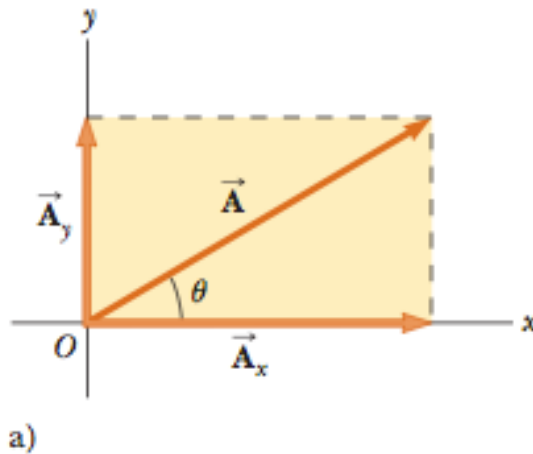


- El *método del paralelogramo* es conveniente para sumar sólo dos vectores a la vez.



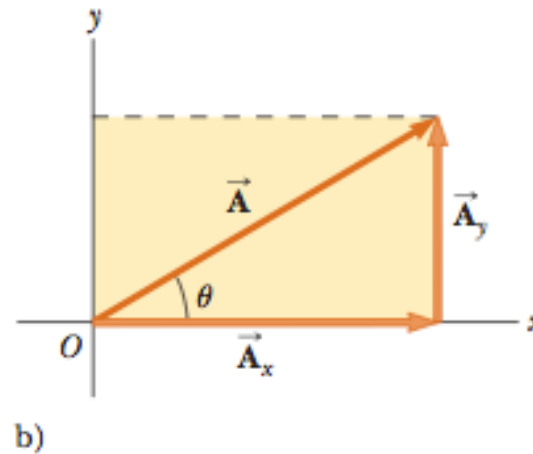
# COMPONENTES DE UN VECTOR Y VECTORES UNITARIOS

- Aplicado la definición de razones trigonométricas, tenemos que:



$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \text{ sen } \theta$$

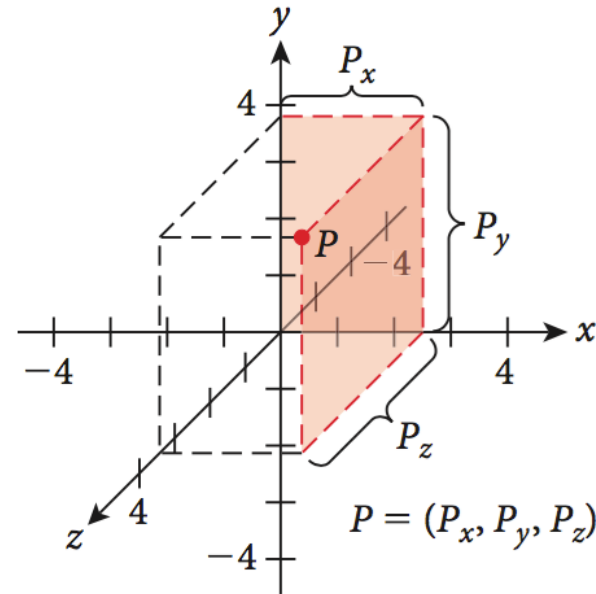
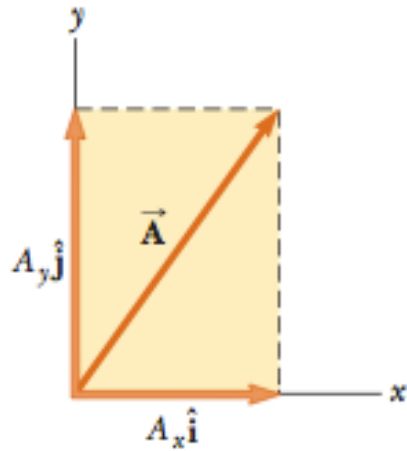


$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{A_y}{A_x} \right)$$

# COMPONENTES DE UN VECTOR Y VECTORES UNITARIOS

- Vectores Unitarios:



$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

# EJEMPLOS

**Ejemplo 1:** Expresar los vectores  $A = (A_x, A_y) = (-30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$  y  $B = (B_x, B_y) = (30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$  dando su magnitud y dirección como medidas desde el eje positivo  $x$ . Halle el resultado de  $A+B$  y su dirección.

**Ejemplo 2:** Un vector de posición tiene una longitud de  $40.0 \text{ m}$  y está a un ángulo de  $57.0^\circ$  sobre el eje  $x$ . Encuentre las componentes del vector.

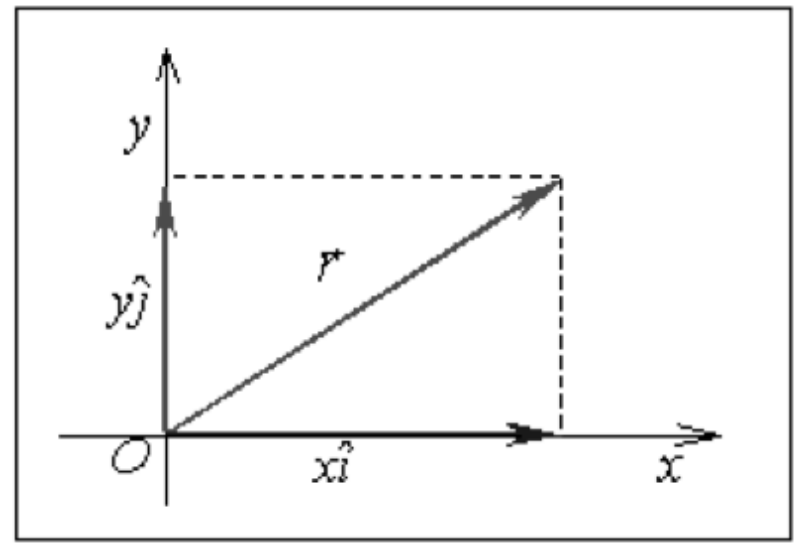
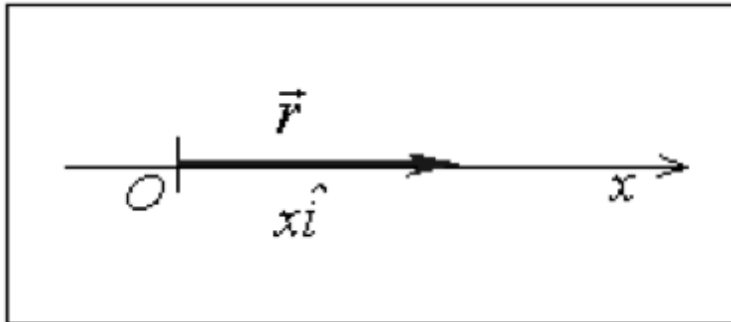
**Ejemplo 3:** Un mapa en la bitácora de un pirata da direcciones para la ubicación de un tesoro enterrado. La ubicación inicial es un viejo roble. De acuerdo con el mapa, la ubicación del tesoro se encuentra dando 20 pasos al norte desde el roble y luego 30 pasos al noroeste. En esta ubicación hay un poste de hierro clavado en el suelo. Desde el poste, caminar 10 pasos al sur y cavar. ¿Qué tan lejos (en pasos) del roble está el lugar de la excavación?

- ***Cinemática:*** describe el movimiento de los cuerpos en el universo, sin considerar las causas que lo producen.
- ***Movimiento:*** es el cambio continuo de la posición de un objeto en el transcurso del tiempo.
- ***Partícula:*** el concepto intuitivo que tenemos de partícula corresponde al de un objeto muy pequeño que puede tener forma, color, masa, etc.

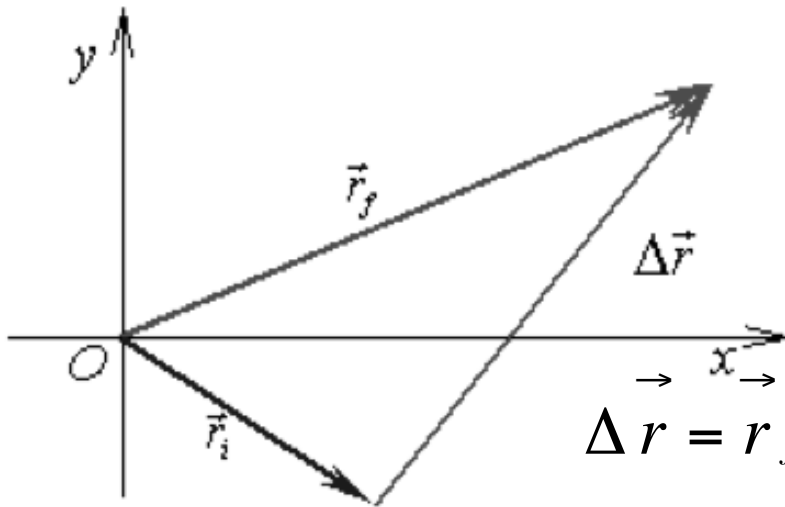


- **Posición:** es la ubicación de un objeto (partícula) en el espacio, relativa a un sistema de referencia. Es un vector y se denota por:

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$



- **Desplazamiento:** el desplazamiento se define como el cambio de posición de una partícula en el espacio (para indicar cambios o diferencias finitas de cualquier variable en física se usa el símbolo delta,  $\Delta$ )



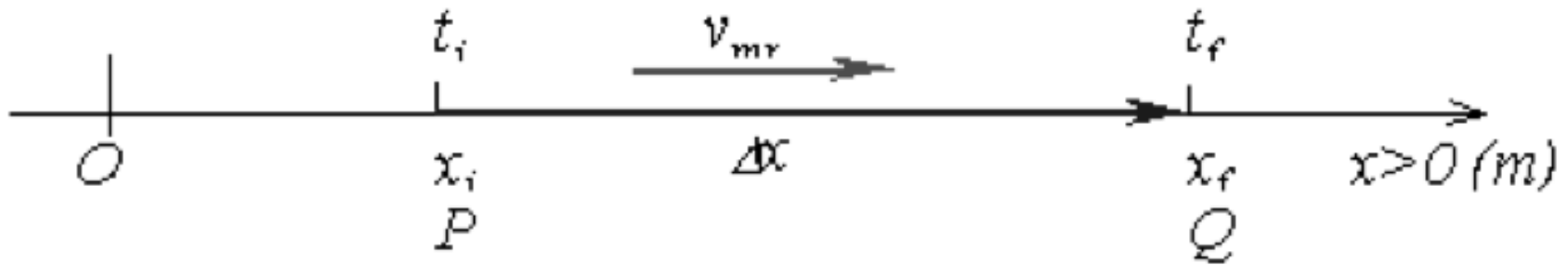
$$\Delta \vec{x} = (x_f - x_i)\vec{i}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (x_f\vec{i} - y_f\vec{j}) - (x_i\vec{i} - y_i\vec{j})$$

- **Trayectoria:** es la curva geométrica que describe una partícula en movimiento en el espacio, y se representa por una ecuación de la trayectoria. La cual puede ser:
  - constante:  $y = K$
  - lineal:  $y = ax + b$
  - Parabólica:  $y = a + bx^2$
  - Circunferencia:  $x^2 + y^2 = r^2$
  - O Cualquier otra curva.

- ***Distancia:*** es la longitud que se ha movido una partícula a lo largo de una trayectoria desde una posición inicial a otra final.
- Su valor numérico en general no coincide con el valor numérico del desplazamiento, excepto en casos muy particulares.
- ***Tiempo:*** No es fácil definir físicamente el concepto de tiempo. Es más simple hablar de intervalo de tiempo, que lo podemos definir como la duración de un evento

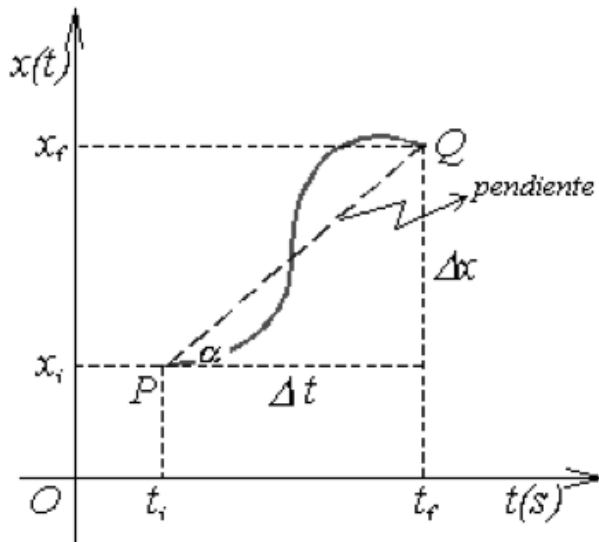
- **Velocidad media:** se define como el desplazamiento  $\Delta x$  de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo  $\Delta t$  durante el que ocurre dicho desplazamiento:



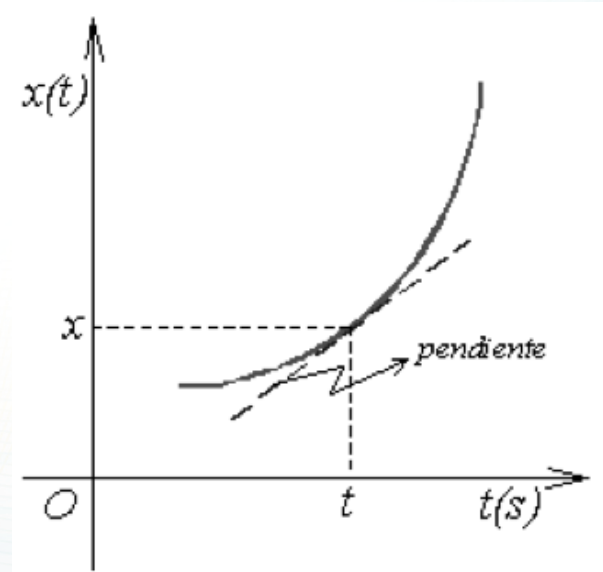
$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

- **Velocidad instantánea:** la velocidad instantánea  $v_x$  es igual al valor limite de la proporción  $\Delta x / \Delta t$  conforme  $t$  tiende a cero.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt}$$



$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{pendiente}$$

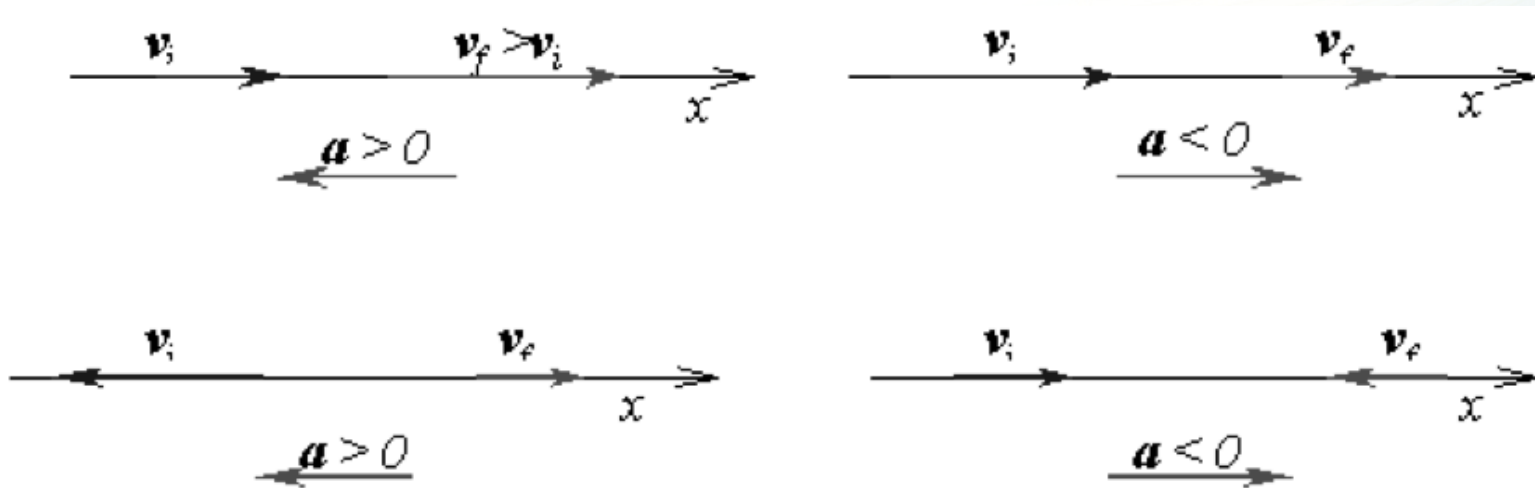


- **Rapidez:** Se define como rapidez instantánea  $v$  a la magnitud o valor numérico del vector velocidad, por lo tanto es siempre positiva.
- **Aceleración media:** Lo normal es que la velocidad de una partícula en movimiento varíe en el transcurso del tiempo, entonces se dice que la partícula tiene **aceleración**. Se define la aceleración media  $a_m$  como el cambio de velocidad en un intervalo de tiempo, lo que se escribe como:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

- **Aceleración instantánea:** Es la aceleración  $a$  de la partícula en un instante determinado. De manera análoga a la definición de la velocidad, se escribe:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$





- **Ejemplos 1:** Usted va en bicicleta en línea recta desde su casa hasta una tienda a 1000. m de distancia. Al regreso, se detiene en la casa de un amigo que está a la mitad del camino.
  - a) ¿Cuál es su desplazamiento?
  - b) ¿Cuál es la distancia total recorrida? Después de hablar con su amigo, usted sigue el camino a su casa. Al llegar a su casa,
  - c) ¿Cuál fue su desplazamiento?
  - d) ¿Qué distancia recorrió?
  
- **Ejemplo 2:** Un automóvil viaja al oeste a 22.0 m/s. Después de 10.0 s, su velocidad es de 17.0 m/s en la misma dirección. Encuentre la magnitud y la dirección de la aceleración media del vehículo.

- **Partícula bajo Aceleración Constante  $\vec{a} = cte$**

Si la aceleración de una partícula varía con el tiempo, su movimiento es complejo y difícil de analizar. Sin embargo, un tipo muy común y simple de movimiento unidimensional, es aquel en el que la aceleración es constante.

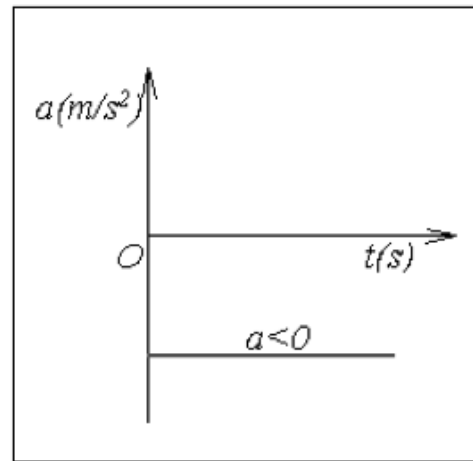
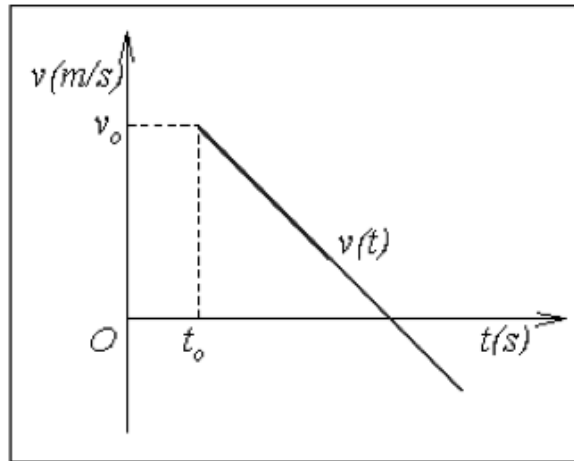
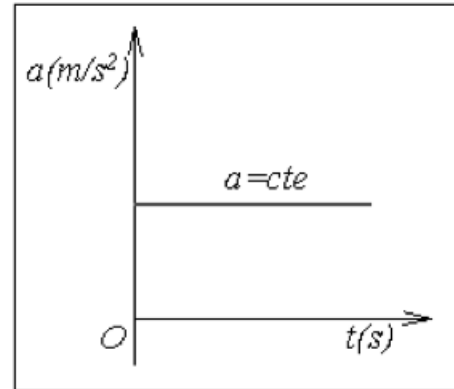
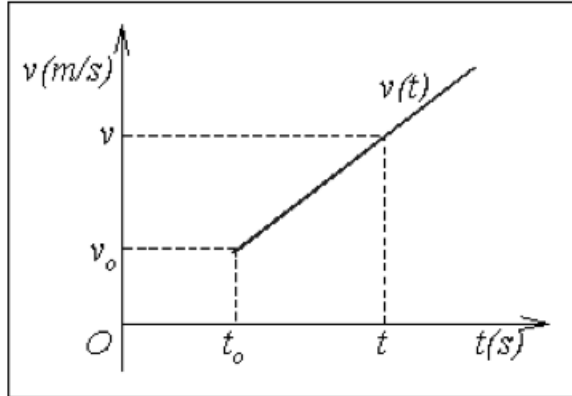
- **Velocidad**

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = a \int_{t_0}^t dt$$

$$v - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

- Gráfica de  $V$  vs  $t$  y  $a$  vs  $t$



## – Posición

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v dt \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_{x_0}^x v dt$$

sabemos que:  $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$ , luego tenemos que:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t [v_0 + a(t - t_0)] dt = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \Rightarrow \vec{x} = \vec{x}_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

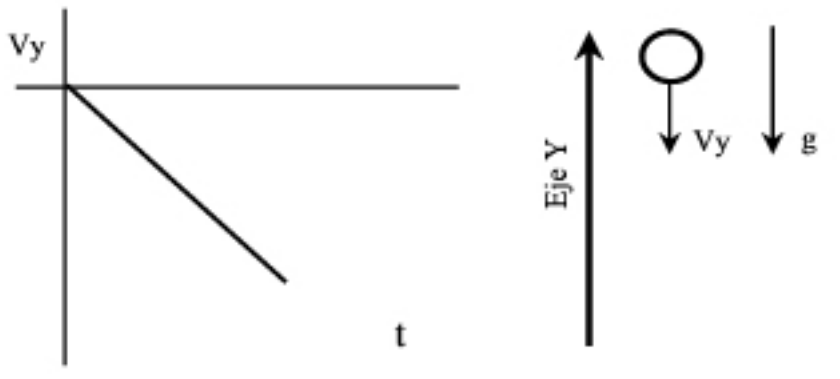
*Demostrar, que si la aceleración de una partícula en movimiento es constante entonces:  $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$*

**Ejemplo 1:** Se dispara una bala a través de un tablero de 10.0 cm de espesor de tal manera que la línea de movimiento de la bala es perpendicular a la cara del tablero. Si la velocidad inicial de la bala es 400 m/s y emerge por el otro lado del tablero con una velocidad de 300 m/s, determine a) la aceleración de la bala cuando pasa a través del tablero y b) el tiempo total de la bala en contacto con el tablero.

**Ejemplo 2:** Durante una prueba realizada en una pista de aeropuerto, un nuevo auto de carreras alcanza una rapidez de 258.4 mph partiendo del reposo. El auto acelera con aceleración constante y alcanza esta marca de velocidad a una distancia de 612.5 m del punto de partida. ¿Cuál fue la velocidad después de la cuarta parte, la mitad y las tres cuartas partes de la distancia?

## • Caída libre y Lanzamiento Vertical

*Todos los cuerpos que se lanzan hacia arriba o hacia abajo, o se dejan caer, lo hacen libremente una vez que se dejan en libertad. La aceleración que adquieren es siempre la aceleración de gravedad, vertical hacia abajo, cualquiera sea la dirección inicial del movimiento.*



$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 - \vec{g}(t - t_0)$$

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2} \vec{g}(t - t_0)^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$$

**Ejemplo 1 :** Una pelota es lanzada directamente hacia abajo con una velocidad inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. Después de qué intervalo de tiempo golpea el suelo?

**Ejemplo 2:** Se lanza un cohete a escala directamente hacia arriba con una velocidad inicial de 50.0 m/s. Se acelera a  $2.00 \text{ m/s}^2$  de manera constante hacia arriba hasta que los motores se apagan a una altitud de 150 m. a) ¿Qué puede decir con respecto al movimiento de los motores después de que se apagan? b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el cohete? c) ¿Cuánto tarda el cohete después del despegue vertical en alcanzar su altura máxima? d) ¿Cuánto tarda el cohete en el aire?

# MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- El movimiento en dos dimensiones se puede representar como dos movimientos *independientes* en cada una de las dos direcciones perpendiculares asociadas con los ejes  $x$  y  $y$ . Esto es: cualquier influencia en la dirección  $y$  no afecta el movimiento en la dirección  $x$  y viceversa.

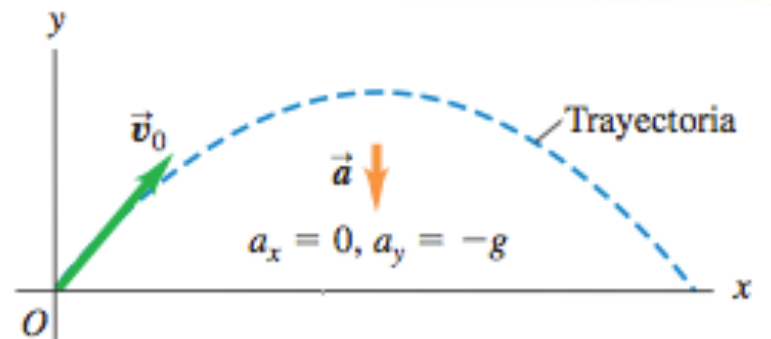
$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$



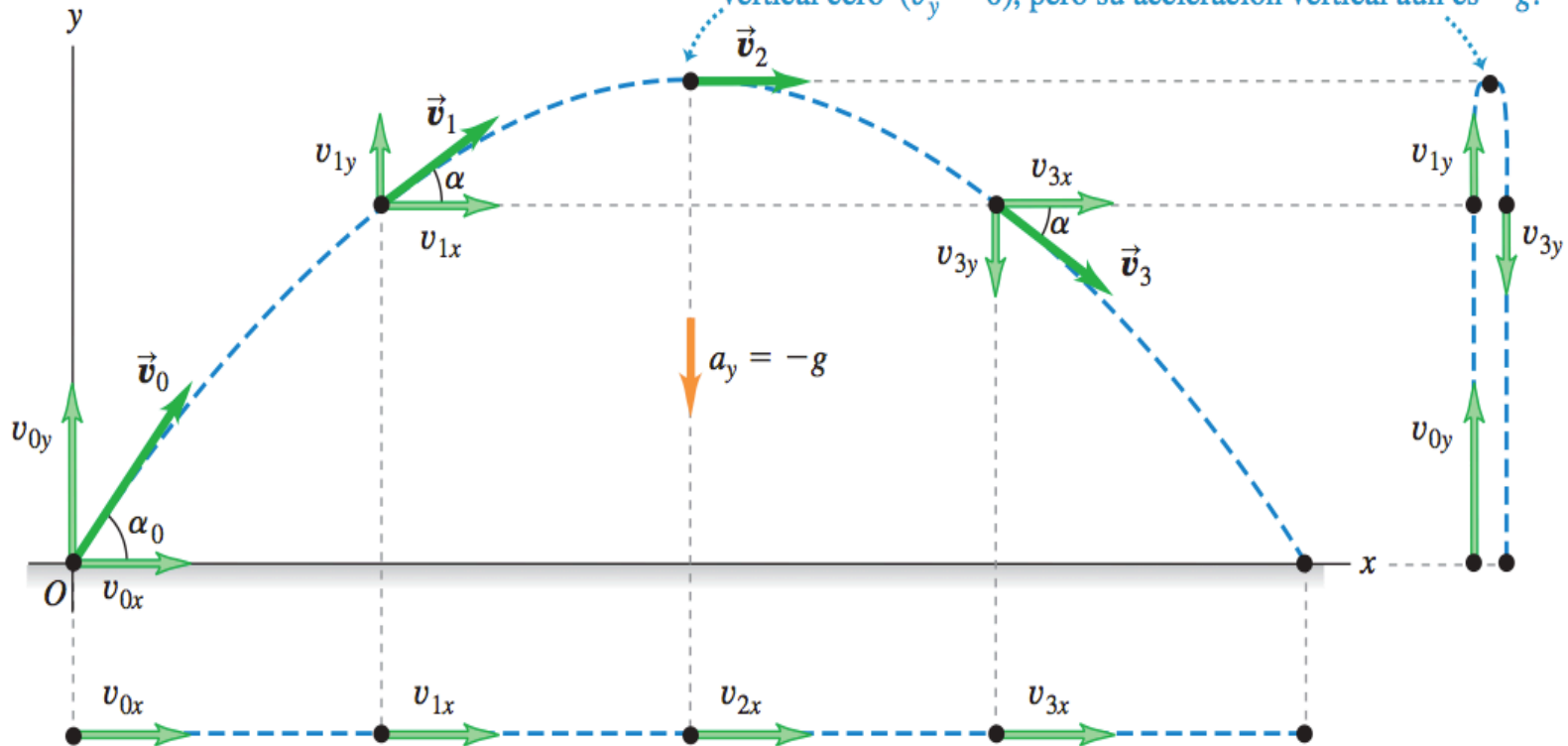
- **Movimiento de proyectiles**

Un **proyectil** es cualquier cuerpo que recibe una velocidad inicial y luego sigue una trayectoria determinada totalmente por los efectos de la aceleración gravitacional y la resistencia del aire. Una pelota bateada, un balón lanzado, un paquete soltado desde un avión y una bala disparada de un rifle son todos proyectiles. El camino que sigue un proyectil es su **trayectoria**.



## • Movimiento de proyectiles (Parabólico)

En la cima de la trayectoria, el proyectil tiene velocidad vertical cero ( $v_y = 0$ ), pero su aceleración vertical aun es  $-g$ .



Horizontalmente, el proyectil muestra movimiento de velocidad constante: su aceleración horizontal es cero, por lo que se mueve a distancias  $x$  iguales en intervalos de tiempo iguales.

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**

– Las componentes de la velocidad inicial  $v_0$ , de magnitud  $v_0$ , y las componentes de la aceleración  $a$  de magnitud  $g$ , *están dadas por:*

$$\vec{a}_x = 0 \quad y \quad \vec{a}_y = -g$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad y \quad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \alpha$$

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**

Reemplazando en las componentes de la ecuación:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Se obtiene la ecuación de posición en para x e y:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + v_0 \operatorname{sen} \alpha (t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2, \text{ donde } \vec{a} = -\vec{g}$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + v_0 \cos \alpha (t - t_0), \text{ si } t_0 = 0, \text{ tenemos que:}$$

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + (v_0 \operatorname{sen} \alpha)t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \quad \text{y} \quad \vec{x} = \vec{x}_0 + (v_0 \cos \alpha)t$$

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**

- Para las componentes de la velocidad se obtiene:

$$v = v_0 + a(t_0 - t), \text{ tenemos que:}$$

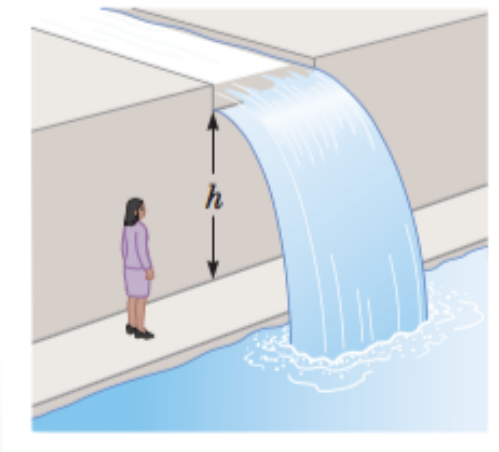
$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad v_y = v_0 \operatorname{sen} \alpha - gt$$

- A partir de estas se pueden deducir las siguientes ecuaciones para el movimiento de proyectiles:

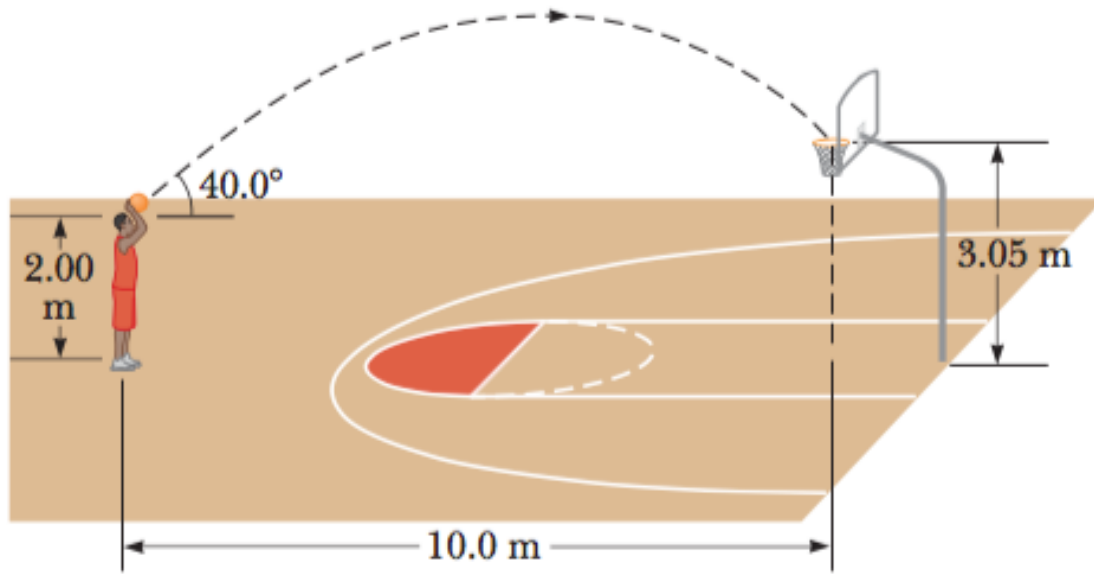
$$\tan \alpha = \frac{v_x}{v_y}, \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad t = 2 \frac{v_0}{g} \operatorname{sen} \alpha, \quad y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\alpha, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

**Ejemplo 1:** Un arquitecto que diseña jardines planifica una cascada en el parque de una ciudad. El agua fluye a  $0.750 \text{ m/s}$  y sale del extremo de un canal en la parte superior de una pared vertical con  $h = 2.35 \text{ m}$  de altura para caer en un estanque a) ¿A qué distancia de la pared caerá el agua? ¿El espacio detrás de la cascada sería del ancho suficiente para que alguien camine? b) Para vender su plano al consejo de la ciudad, el arquitecto quiere construir un modelo a escala, un doceavo del tamaño real.



**Ejemplo 3:** Un jugador de basquetbol de 2.00 m de altura está de pie sobre el piso a 10.0 m de la canasta, como en la figura. Si lanza la pelota en un ángulo de  $40.0^\circ$  con respecto a la horizontal, ¿con qué rapidez inicial debe lanzar la pelota de manera tal que pase a través del aro sin golpear el tablero? La altura de la canasta es de 3.05 m.

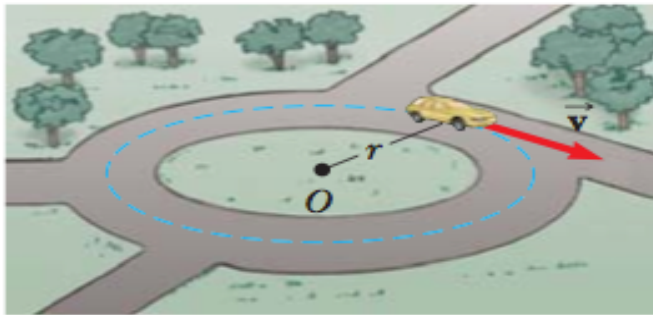


**Ejemplo 3:** Un auto cae directamente a un acantilado de 60.0 m de altura. La policía en la escena del accidente observa que el punto de impacto está a 150. m de la base del acantilado. ¿Qué tan rápido viajaba el auto cuando saltó el borde del acantilado?

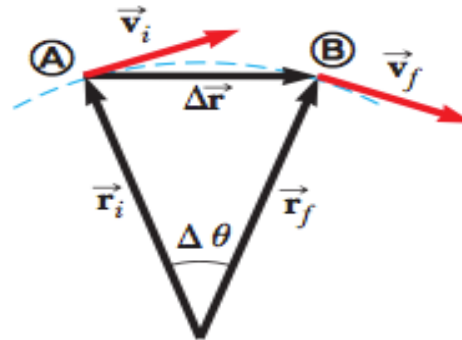
**Ejemplo 4:** Un bombero, a una distancia de 60 m de un edificio incendiado, dirige un chorro de agua de una manguera a nivel del suelo a un ángulo de  $37^\circ$  sobre la horizontal. Si el agua sale de la manguera a 40.3 m/s, ¿a qué piso del edificio llegará el agua? Cada piso tiene una altura de 4 m.



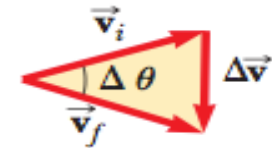
En la circunferencia de la figura, la longitud del arco  $\Delta s$ , subtendida por el ángulo  $\Delta\theta$ , es aproximadamente igual al lado del triángulo que une los puntos de  $v_i$  y  $v_f$ . Observando que los triángulos de lados  $r(\Delta s)r$  en la circunferencia y de lados  $v_i(\Delta v)v_f$  son semejantes, entonces como  $v_i = v_f$ , se tiene la siguiente relación de semejanza de triángulos:



a)

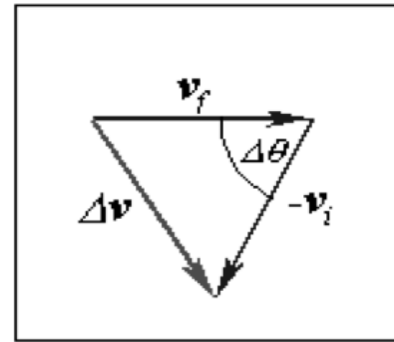
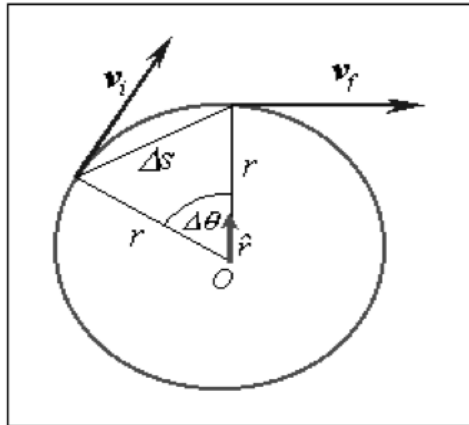


b)



c)

# MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

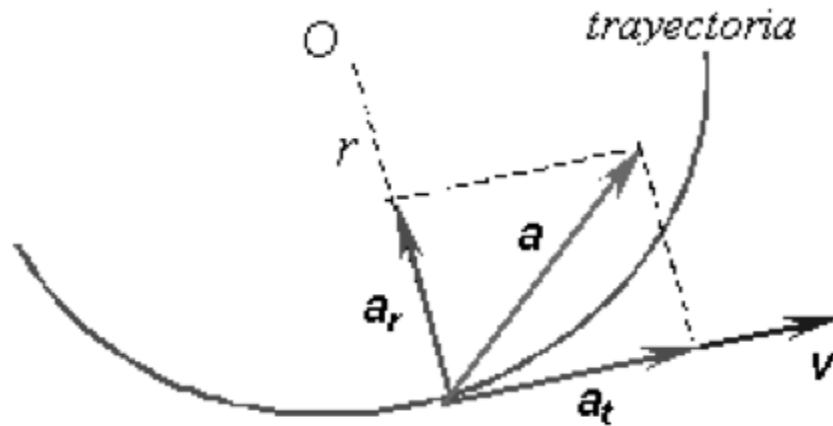


$$\frac{r}{\Delta s} = \frac{v}{\Delta v} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta s, \text{ pero } a_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \text{ de donde } a_m = \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t}, \text{ y}$$

resulta:  $a_m = \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , luego aplicando límites tenemos que:

$$a_m = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r} v \Rightarrow a_m = \frac{v^2}{r} \rightarrow \text{Aceleración Centrípeta}$$

- Aceleración Circunferencial esta dada por:



$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\vec{r} + \frac{dv}{dt}\vec{t}, \text{ Magnitud es: } \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \text{ y la dirección: } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_c}{a_t}\right)$$

donde:  $\frac{v^2}{r} \rightarrow$  Aceleración Centrípeta,  $\frac{dv}{dt} \rightarrow$  Aceleración Tangencial

**Ejemplo 1:** Suponga que el auto de carreras frena uniformemente de  $60.0 \text{ m/s}$  a  $30.0 \text{ m/s}$  en  $4.50 \text{ s}$  para evitar un accidente, mientras continúa moviéndose sobre una trayectoria circular de radio  $4.00 \times 10^2 \text{ m}$ . Encuentre a) la aceleración centrípeta del auto, b) su velocidad angular, c) su aceleración tangencial y d) su aceleración total cuando la velocidad es de  $40.0 \text{ m/s}$ .

**Ejemplo 2:** a) ¿Cuál es la aceleración tangencial de un insecto posado en el borde de un disco de  $10.0 \text{ pulg}$  de diámetro, si el disco se mueve desde el reposo con una velocidad angular de  $78.0 \text{ rev/min}$  en  $3.00 \text{ s}$ ? b) Cuando el disco alcanza su velocidad final, ¿cuál es la velocidad tangencial del insecto? Un segundo después que el insecto arranca desde el reposo, ¿Cuáles son sus aceleraciones, c) tangencial, d) centrípeta y e) total?

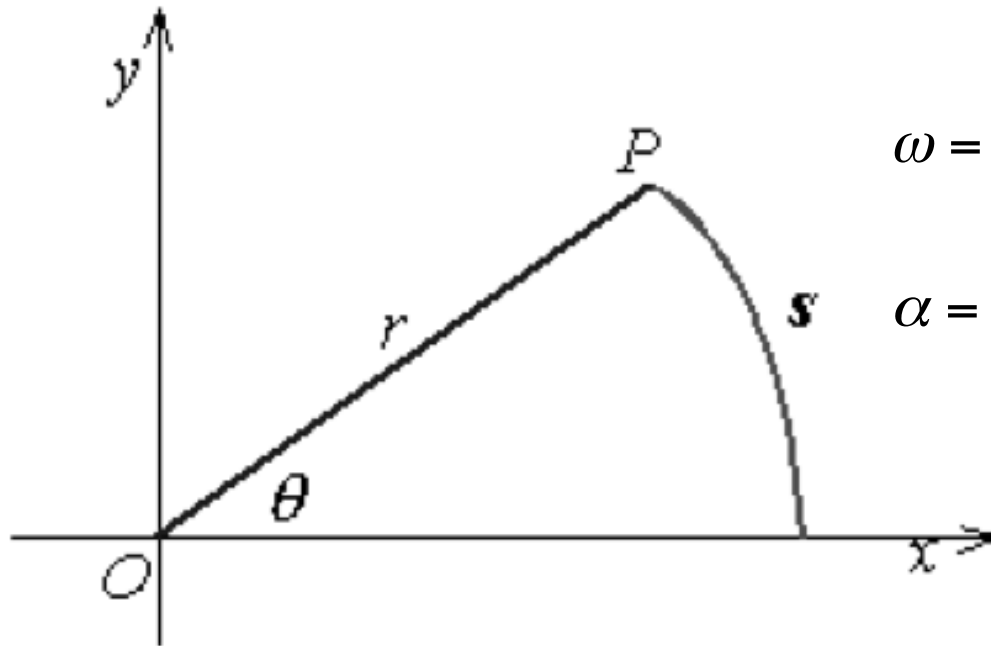
- **Periodo (T):** Intervalo de tiempo requerido para una revolución completa de la partícula.

$$T = \frac{2\pi r}{v}, T = \frac{\text{tiempo}}{\# \text{ de revoluciones}}, T = \frac{1}{f}$$

- **Frecuencia(f):** Número de vueltas en determinado tiempo.

$$f = \frac{v}{2\pi r}, f = \frac{\# \text{ de revoluciones}}{\text{tiempo}}, f = \frac{1}{T}$$

- *Velocidad Y Aceleración Angular.*



$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \text{Velocidad angular}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \text{Aceleración angular}$$

$$s = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{r} \rightarrow \text{Desplazamiento Angular}$$

- *Cinemática de rotación.*

las ecuaciones cinemáticas del movimiento de rotación con aceleración angular constante tienen la misma forma que las correspondientes al movimiento lineal haciendo los reemplazos  $x$  por  $\theta$ ,  $v$  por  $\omega$  y  $a$  por  $\alpha$ , por lo que las ecuaciones cinemáticas del movimiento angular son:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0), \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta, \text{ donde } \theta \text{ se mide en radianes,}$$

$\omega$  en  $\text{rad/s}$  y  $\alpha$  en  $\text{rad/s}^2$

- **Relación entre las variables angulares y lineales.**

$$s = r\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = r\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a_t = r\alpha$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$



**Ejemplo 1:** Se reproduce un disco de vinilo girando a 33.3rpm. Suponga que tarda 5.00 s en llegar a esta rapidez, partiendo del reposo.

- ¿Cuál es la aceleración angular durante los 5.00 s
- ¿Cuántas revoluciones hace el disco antes de llegar a su rapidez angular final?

**Ejemplo 2:** Una partícula se mueve en sentido horario en una circunferencia con radio de 1.00 m. En cierto momento, la magnitud de su aceleración es  $a = 25.0\text{m/s}^2$ , y el vector de aceleración forma un ángulo  $= 50.0^\circ$  con el vector de posición, como se muestra en la figura. En este instante, encuentre la rapidez,  $v$ , de esta partícula.

**Ejemplo 3 :** El engrane A, con una masa de 1.00 kg y un radio de 55.0 cm, está en contacto con el engrane B, con una masa de 0.500 kg y un radio de 30.0 cm. Al girar, los engranes no se deslizan uno con respecto al otro. El engrane A gira a 120. rpm y desacelera a 60.0 rpm en 3.00 s. ¿Cuántas rotaciones realiza el engrane B durante este intervalo de tiempo?

