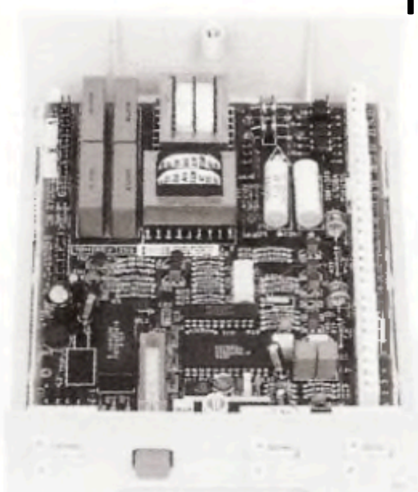
Física Mecánica



Mediciones técnicas y vectores

La Física puede definirse como la ciencia que investiga los conceptos fundamentales de la materia, la energía y el espacio, así como las relaciones entre ellos y establece las leyes que explican los fenómenos naturales, excluyendo los que modifican la estructura molecular de los cuerpos.

Aplicaciones de la Física

- https://www.youtube.com/watch?v=SQT-ngz5mNc
- https://www.youtube.com/watch?v=e2b9FzC937g
- https://www.youtube.com/watch?v=e2b9FzC937g
- https://www.youtube.com/watch?v=LIC9_vvtSRU
- https://www.youtube.com/watch?v=uN0DDNBCIuY.
- https://www.youtube.com/watch?v=a4S5D-A0j14
- https://www.youtube.com/watch?v=EUcaCKWk83Q

UNIDADES DE MEDIDA

MAGNITUD	SI	CGS	INGLES
Longitud	Metro (m)	Centímetro (cm)	Pie
Masa	Kilogramo (kg)	Gramo (g)	Libra (lb)
Tiempo	Segundo (s)	Segundo (s)	Segundo (s)
Área o Superficie	M^2	cm^2	pie^2
Volumen	M^3	cm^3	pie^3
Velocidad	m/s	cm/s	pie/s
Aceleración	m/s^2	cm/s^2	pie/s^2
Fuerza	$\frac{Kg \cdot m}{s^2} = Newton(N)$	$\frac{g \cdot cm}{s^2} = Dina$	$\frac{libra \cdot pie}{s^2} = Poundal$
Trabajo y Energía	n-m=joule (j)	Dina-cm=ergio	Poundal-pie
Presión	N/m^2=Pascal(Pa)	$Dina/cm^2$=baria	$Poundal/pie^2$
Potencia	Joules/s=watt	Ergio/s	Poundal-pie/s

MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

- Un ***metro*** es la longitud de la trayectoria que recorre una onda luminosa en el vacío durante un espacio de tiempo de 1/299 792 458 segundos.

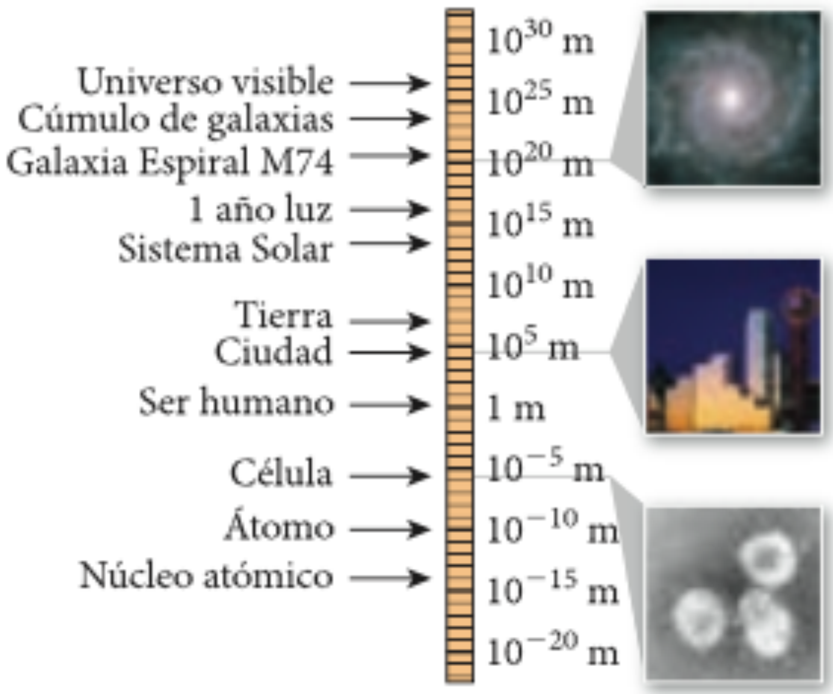
- $c = 2.99792458\mathbf{x}10^{8}$ m /s (exacta por definición)

- Un ***segundo*** representa el tiempo necesario para que el átomo de cesio vibre 9 192 631 770 veces.

MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

- **Escalas de longitud**

La ***longitud*** se define como la medida de distancia entre dos puntos en el espacio. La figura muestra algunas escalas de longitud para objetos y sistemas comunes que abarcan 40 órdenes de magnitud.



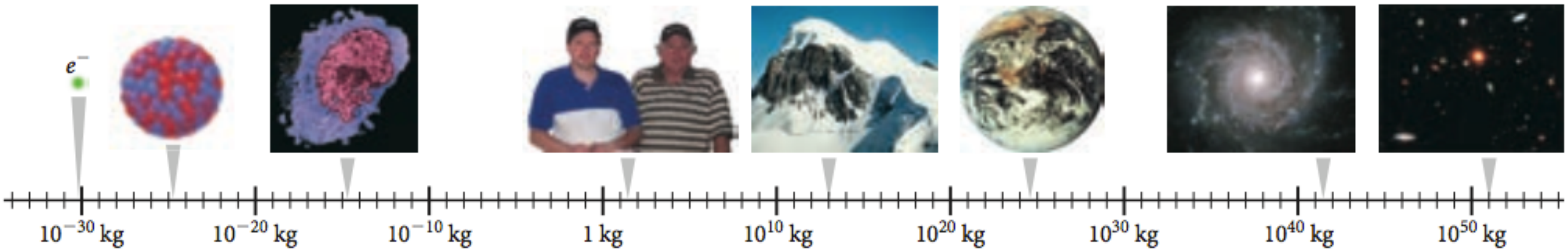
$$1\ \text{AU} = 1.495\,98 \cdot 10^{11}\ \text{m.}$$

$$1\ \text{año luz} = 9.46 \cdot 10^{15}\ \text{m.}$$

MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

- **Escalas de masa**

  Masa es la cantidad de materia en un objeto. Cuando considera la gama de masas de los objetos físicos, obtiene un intervalo todavía más imponente de ordenes de magnitud (figura 1.8) que para las longitudes.



MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

- **Escalas de tiempo**

El ***tiempo*** es la duración entre dos eventos. Las escalas humanas de tiempo están en el intervalo de un segundo (por lo general la duración de un latido del corazón humano) a un siglo (la esperanza aproximada de vida de una persona que nazca ahora).

La esperanza de vida está aumentando a una tasa cada vez más rápida:

–Durante el Imperio Romano, hace 2000 años, una persona podía esperar vivir sólo 25 años.

–En 1850, las tablas actuariales mencionan 39 años como el tiempo de vida media humana.

–En la actualidad esa cifra es de 80 años.

MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

- 1 metro (m) = 1000 milímetros (mm)
- 1 metro (m) = 100 centímetros (cm)
- 1 kilómetro (km) = 1000 metros (m)

Equivalencia entre SI y SUEU

- 1pulgada (in) = 25.4 milímetros (mm)
- 1 pie (ft) = 0.3048 metros (m)
- 1 yarda (yd) = 0.914 metros (m)
  1 milla (mi) =1.61 kilómetros (km)

MEDICIÓN DE LONGITUD Y TIEMPO

Múltiplos y Submúltiplos

Múltiplos			Submúltiplos		
Potencia	**Prefijo**	**Escritura/notación**	**Potencia**	**Prefijo**	**Escritura/notación**
10^3	kilo-	k	10^{-3}	mili-	m
10^6	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^9	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a
10^{21}	zetta-	Z	10^{-21}	zepto-	z
10^{24}	yotta-	Y	10^{-24}	yocto-	y

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

- **4.003 cm** 4 cifras significativas
- **0.34 cm** 2 cifras significativas
- **60 400 cm** 3 cifras significativas
- **0.0450 cm** 3 cifras significativas

Regla 1: Cuando se multiplican o dividen números aproximados, el número de cifras significativas la respuesta final contiene el mismo número de cifras significativas que el factor de menor precisión. Al decir "menor precisión" nos referimos al factor que tiene el menor número de cifras significativas.

Regla 2: Cuando se suman o restan números aproximados, el número de lugares decimales en el resultado debe ser igual al menor número de cifras decimales de cualquier término que se suma.

ANÁLISIS DIMENSIONAL

- Al trabajar con ecuaciones y fórmulas físicas, es muy útil recordar dos reglas relacionadas con las dimensiones:

Regla 1: Si se van a sumar o restar dos cantidades, ambas deben expresarse en las mismas dimensiones.

Regla 2: Las cantidades a ambos lados del signo de igualdad deben expresar se en las mismas dimensiones.

- ***Ejemplo:*** suponer que la distancia x medida en metros (m) es una función de la rapidez inicial v_0 en metros por segundo (m/s), de la aceleración a en metros por segundo al cuadrado (m/s^2) y del tiempo t en segundos (s). Demuestre que la fórmula es dimensionalmente correcta $x = x_0 + v_0 t + 0{,}5at^2$

CONVERSIÓN DE UNIDADES

1. Escriba la cantidad que desea convertir.

2. Defina cada una de las unidades incluidas en la cantidad que va a convertir, en términos de las unidades buscadas.

3. Escriba dos factores de conversión para cada definición, uno de ellos recíproco del otro.

1. Multiplique la cantidad que desea convertir por aquellos factores que cancelen todas las unidades, excepto las buscadas.

EJEMPLOS

1. La distancia del centro de la Luna al centro de la Tierra es de aproximadamente 356 000 km a 407 000 km. ¿Cuáles son esas distancias en millas? Asegúrese de redondear sus respuestas al número correcto de cifras significativas.

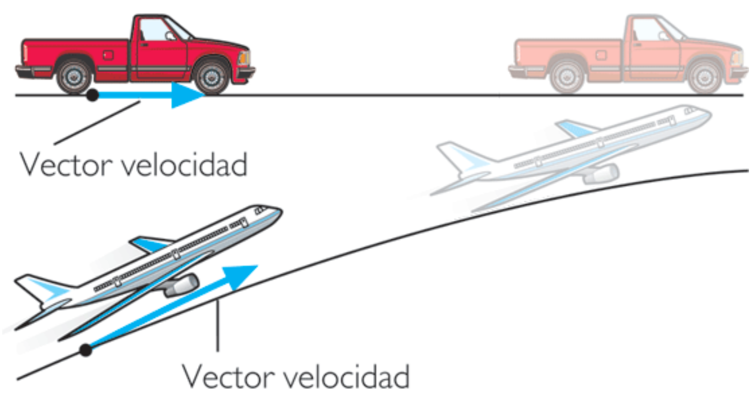
2. En Europa, el consumo de gasolina de los automóviles se mide en litros por cada 100 km. En Estados Unidos, la unidad que se usa es millas por cada galón.
   a. ¿Cómo se relacionan estas unidades?
   b. ¿Cuántas millas por cada galón rinde su automóvil si consume 12.2 litros por cada 100 kilómetros?

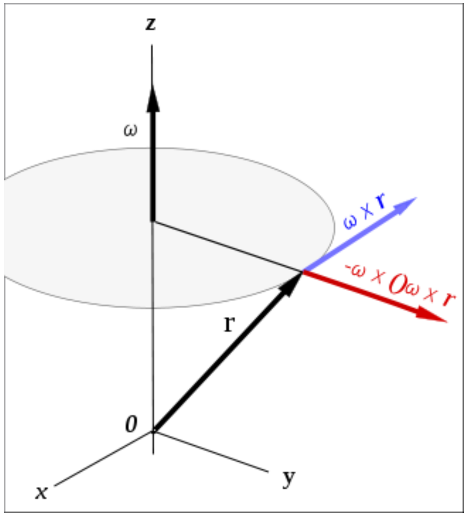
3. Se miden las masas de cuatro cubos de azúcar: 25.3 g, 24.7 g, 26.0 g y 25.8 g. Exprese las respuestas a las siguientes preguntas en notación científica, con unidades estándar SI y un número correcto de cifras significativas.
   a. Si se molieran los cuatro cubos de azúcar y se recolectara todo el azúcar, ¿cuál sería la masa total, en kilogramos, del azúcar?
   b. ¿Cuál es la masa promedio, en kilogramos, de esto cuatro cubos de azúcar?

CANTIDADES VECTORIALES Y ESCALARES

- Una ***cantidad escalar*** se especifica por completo mediante un valor único con una unidad adecuada y no tiene dirección.

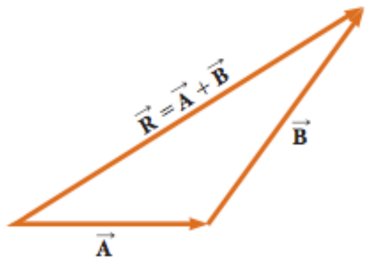
- Una ***cantidad vectorial*** se especifica por completo mediante un número y unidades apropiadas más una dirección.

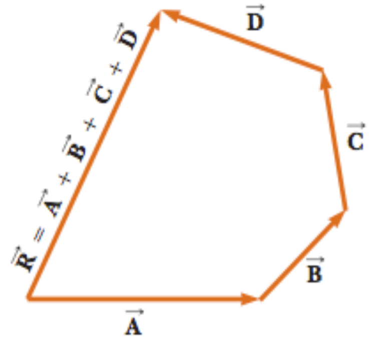




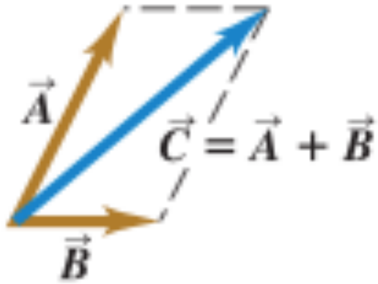
SUMA O ADICIÓN DE VECTORES POR MÉTODOS GRÁFICOS

- El ***método del polígono*** es el más útil, ya que puede aplicarse fácilmente a más



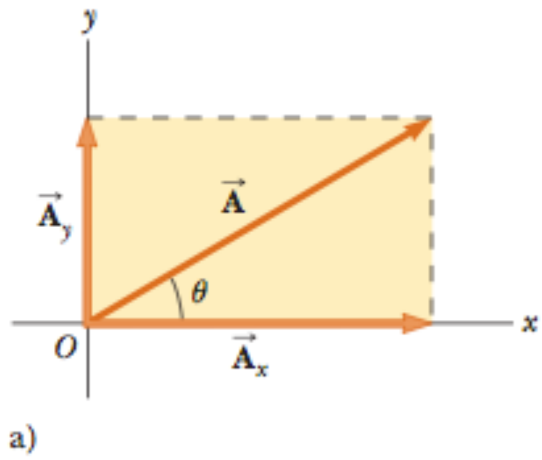


- El ***método del paralelogramo*** es conveniente para sumar sólo dos vectores a la vez.



COMPONENTES DE UN VECTOR Y VECTORES UNITARIOS

- Aplicado la definición de razones trigonométricas, tenemos que:



$$A_x = A\cos\theta$$

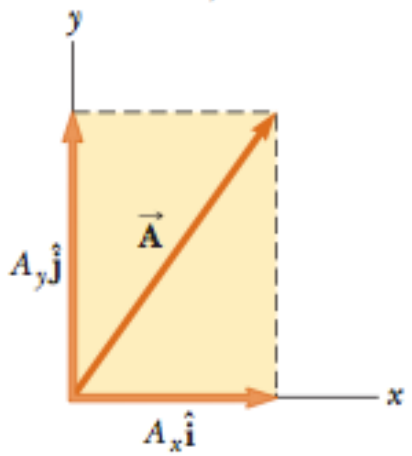
$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta$$

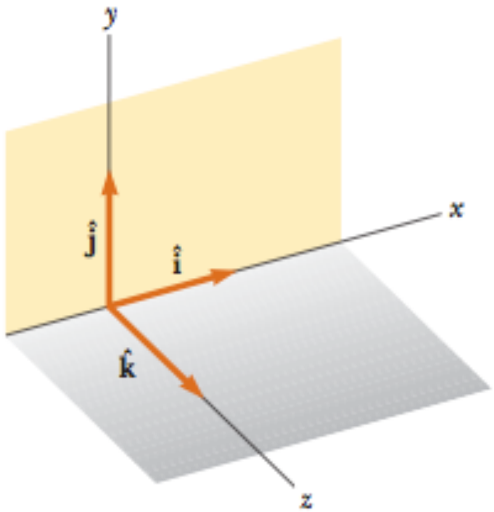
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

COMPONENTES DE UN VECTOR Y VECTORES UNITARIOS

- Vectores Unitarios:





$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1: Un piloto decide llevar su pequeño avión para una excursión de domingo por la tarde. Vuela primero 155.3 millas al norte; luego hace un viraje de 90° a su derecha y vuela en línea recta 62.5 millas; luego hace otro giro de 90° a su derecha y vuela 47.5 millas en línea recta.

a. ¿A qué distancia de su aeropuerto está en este punto

b.¿En qué dirección necesita volar a partir de este punto para llegar en línea recta a su base?

c.¿Cuál fue la distancia más lejana de su aeropuerto base a la que estuvo durante el viaje?

EJEMPLOS

Ejemplo 2: Exprese los vectores $A = (A_x, A_y) = (–30.0 \text{ m}, –50.0 \text{ m})$ y $B = (B_x, B_y) = (30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ dando su magnitud y dirección como medidas desde el eje positivo x. Halle la resúltate de A+B y su dirección.

Ejemplo 3: Un vector de posición tiene una longitud de 40.0m y está a un ángulo de 57.0° sobre el eje x. Encuentre las componentes del vector.

Ejemplo 4: Un mapa en la bitácora de un pirata da direcciones para la ubicación de un tesoro enterrado. La ubicación inicial es un viejo roble. De acuerdo con el mapa, la ubicación del tesoro se encuentra dando 20 pasos al norte desde el roble y luego 30 pasos al noroeste. En esta ubicación hay un poste de hierro clavado en el suelo. Desde el poste, caminar 10 pasos al sur y cavar. ¿Qué tan lejos (en pasos) del roble está el lugar de la excavación?

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

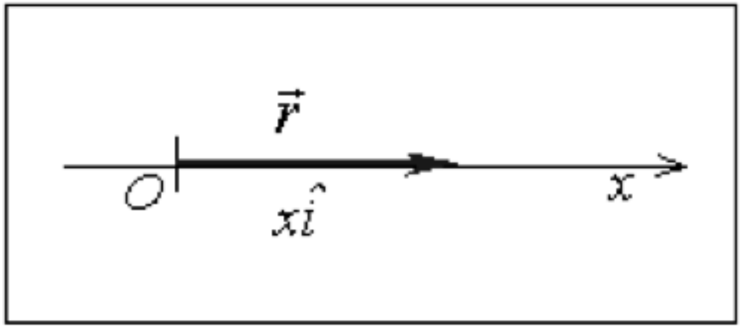
- ***Cinemática:*** describe el movimiento de los cuerpos en el universo, sin considerar las causas que lo producen.

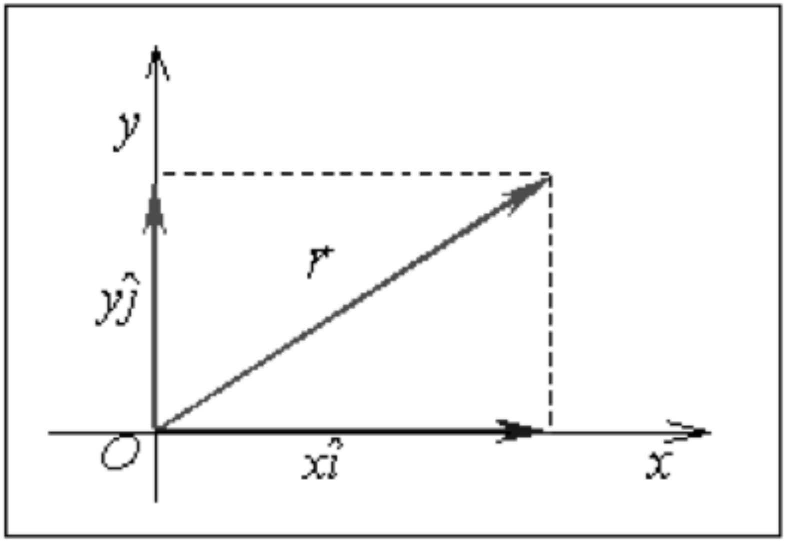
- ***Movimiento:*** es el cambio continuo de la posición de un objeto en el transcurso del tiempo.

- ***Partícula:*** el concepto intuitivo que tenemos de partícula corresponde al de un objeto muy pequeño que puede tener forma, color, masa, etc.

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

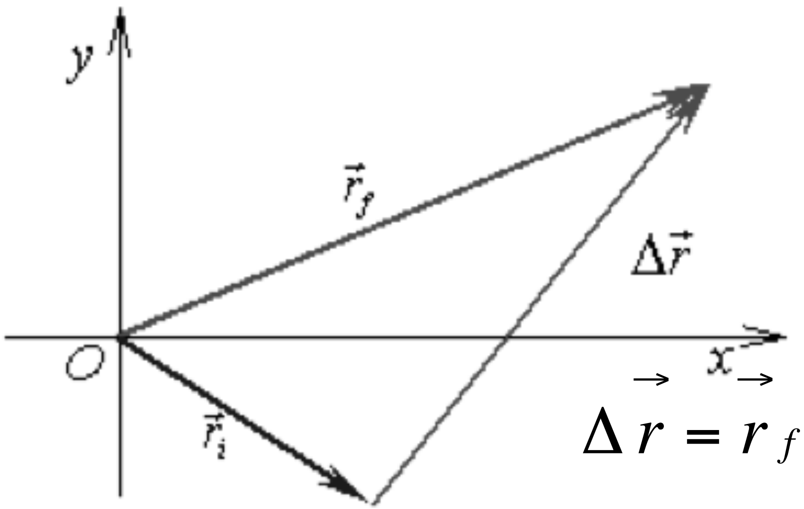
- ***Posición:*** es la ubicación de un objeto (partícula) en el espacio, relativa a un sistema de referencia. Es un vector y se denota por: $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$





MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- ***Desplazamiento:*** el desplazamiento se define como el cambio de posición de una partícula en el espacio (para indicar cambios o diferencias finitas de cualquier variable en física se usa el símbolo delta, Δ)



$$\Delta \vec{x} = (x_f - x_i)i$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (x_f i - y_f j) - (x_i i - y_i j)$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- ***Trayectoria:*** es la curva geométrica que describe una partícula en movimiento en el espacio, y se representa por una ecuación de la trayectoria. La cual puede ser:

  - constante: $y = K$
  - *lineal:* $y = ax + b$
  - *Parabólica:* $y = a + bx^2$
  - *Circunferencia:* $x^2 + y^2 = r^2$
  - *O Cualquier otra curva.*

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

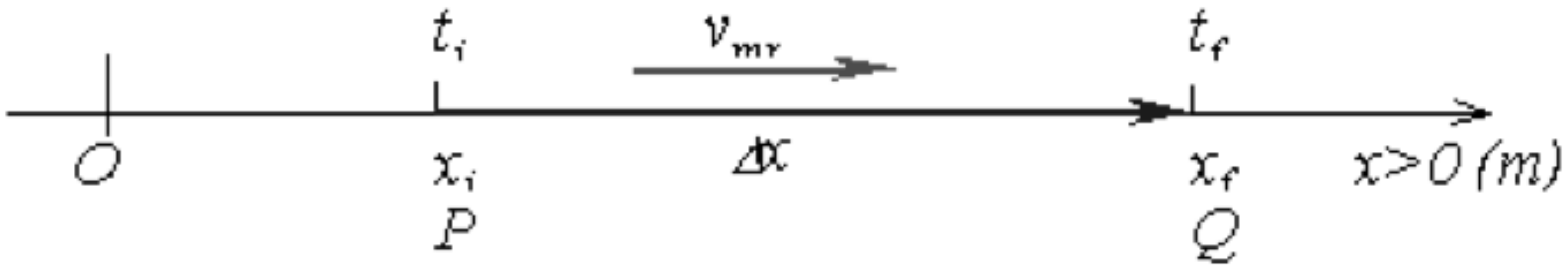
- ***Distancia:*** es la longitud que se ha movido una partícula a lo largo de una trayectoria desde una posición inicial a otra final.

- Su valor numérico en general no coincide con el valor numérico del desplazamiento, excepto en casos muy particulares.

- ***Tiempo:*** No es fácil definir físicamente el concepto de tiempo. Es más simple hablar de intervalo de tiempo, que lo podemos definir como la duración de un evento

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

- ***Velocidad media:*** se define como el desplazamiento Δx de la partícula dividido entre el intervalo de tiempo Δt durante el que ocurre dicho desplazamiento:

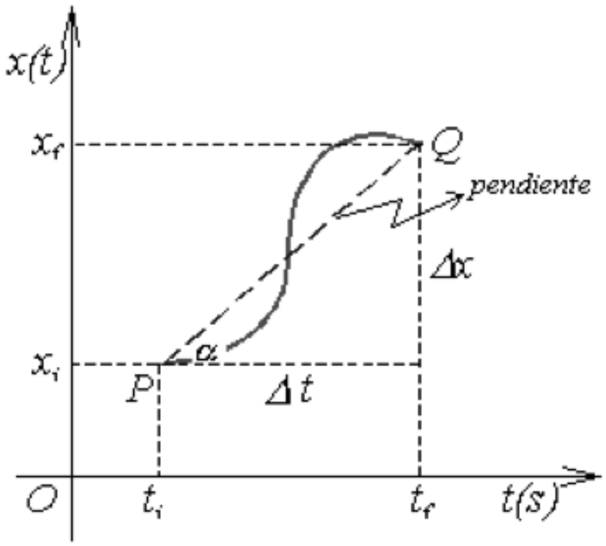


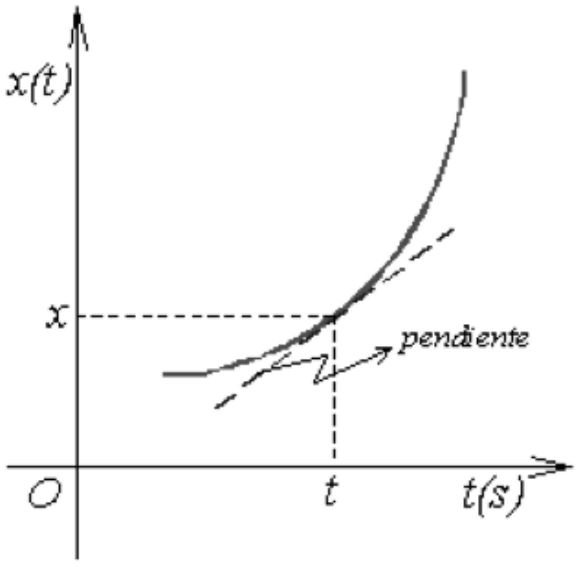
$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- ***Velocidad instantánea:*** la velocidad instantánea v_x es igual al valor limite de la proporción Δx/Δt conforme t tiende a cero.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$





$$\tan \alpha = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = pendiente$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- ***Rapidez:*** Se define como rapidez instantánea v a la magnitud o valor numérico del vector velocidad, por lo tanto es siempre positiva.

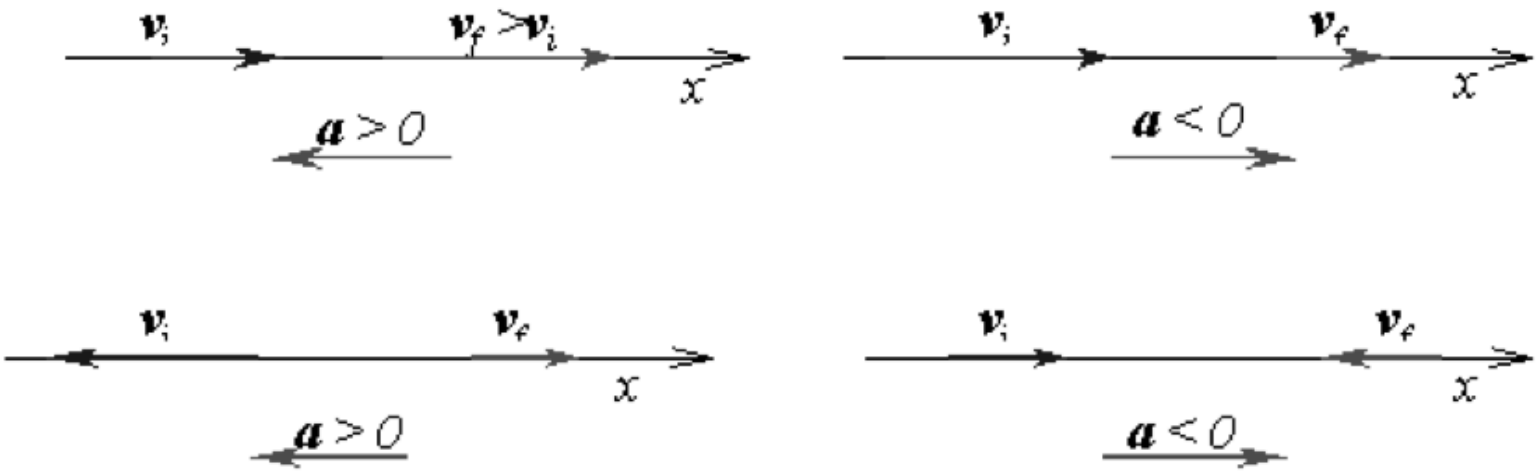
- ***Aceleración media:*** Lo normal es que la velocidad de una partícula en movimiento varíe en el transcurso del tiempo, entonces se dice que la partícula tiene ***aceleración.*** Se define la aceleración media $\boldsymbol{a_m}$ como el cambio de velocidad en un intervalo de tiempo, lo que se escribe como:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- ***Aceleración instantánea:*** Es la aceleración ***a*** de la partícula en un instante determinado. De manera análoga a la definición de la velocidad, se escribe:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

Ejemplos 1: Un auto que va a 25.0 m/s frena y desacelera uniformemente a razón de 1.2 m/s^2.

a.¿Cuánto avanza en 3.0 s?

b.¿Cuál es su velocidad al final de este intervalo de tiempo?

c.¿Cuánto tarda el auto en detenerse?

d.¿Qué distancia avanza el auto antes de detenerse?

Ejemplo 2: Un jet toca pista con una rapidez de 142.4 mph. Después de 12.4 s, el jet se detiene por completo. Suponiendo una aceleración constante, ¿a qué distancia del punto en que tocó pista se detiene el jet?

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- **Partícula bajo Aceleración Constante** $\vec{a} = cte$

  Si la aceleración de una partícula varía con el tiempo, su movimiento es complejo y difícil de analizar. Sin embargo, un tipo muy común y simple de movimiento unidimensional, es aquel en el que la aceleración es constante.

  –Velocidad

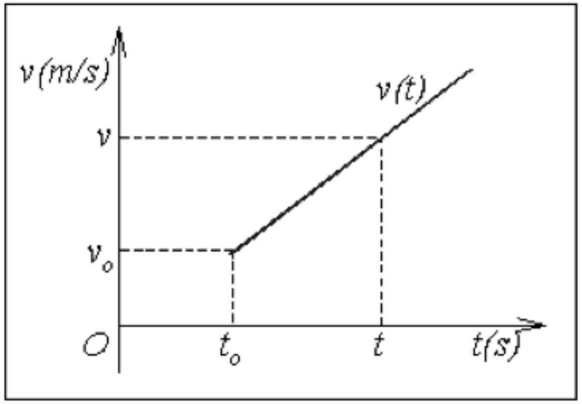
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt \Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = a \int_{t_0}^{t} dt$$

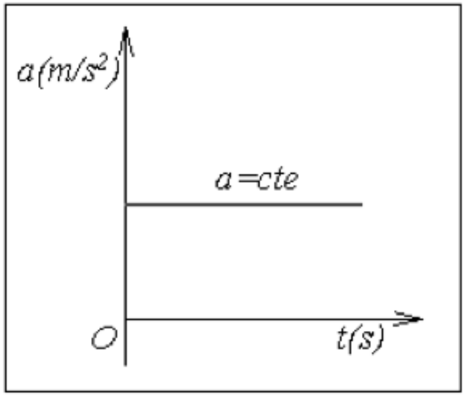
$$v - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$$

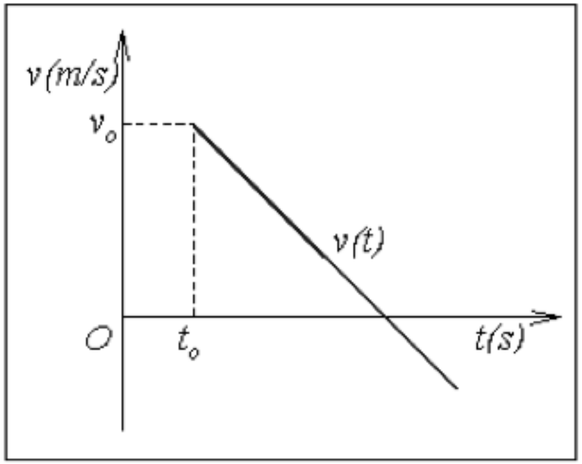
$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

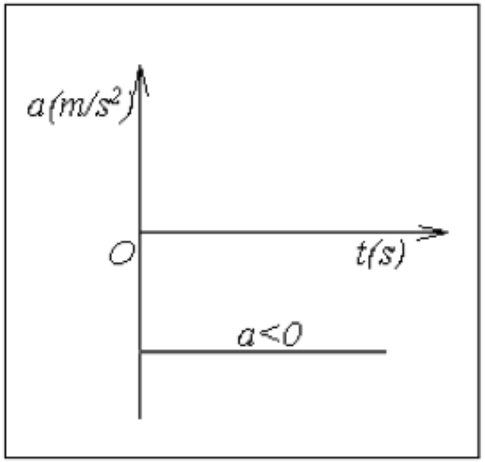
MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- **Gráfica de V vs t y a vs t**









MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

– Posición

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{x_0}^{x} v\,dt$$

$$sabemos\ \ que: \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0),\ luego\ \ tenemos\ \ que:$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} \left[v_0 + a(t - t_0)\right]dt = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$\vec{x} - \vec{x}_0 = \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2 \Rightarrow \vec{x} = \vec{x}_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

– *Demostrar, que si la aceleración de una partícula en movimiento es constante, entonces se obtiene la ecuación:*

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

Es calidad mi U Colmayor

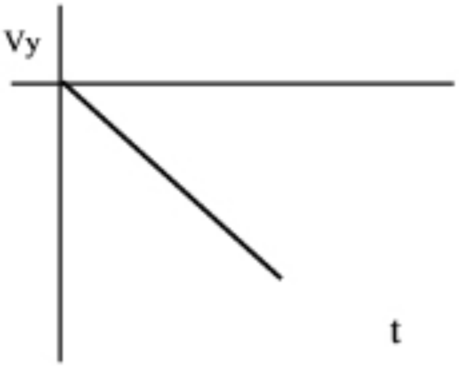
Ejemplo 1: Se dispara una bala a través de un tablero de 10.0 cm de espesor de tal manera que la línea de movimiento de la bala es perpendicular a la cara del tablero. Si la velocidad inicial de la bala es 400 m/s y emerge por el otro lado del tablero con una velocidad de 300 m/s, determine a) la aceleración de la bala cuando pasa a través del tablero y b) el tiempo total de la bala en contacto con el tablero.

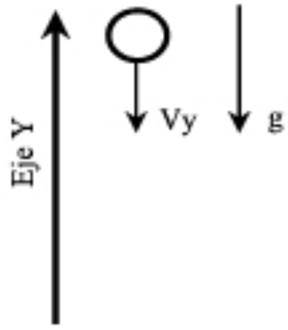
Ejemplo 2: Durante una prueba realizada en una pista de aeropuerto, un nuevo auto de carreras alcanza una rapidez de 258.4 mph partiendo del reposo. El auto acelera con aceleración constante y alcanza esta marca de velocidad a una distancia de 612.5 m del punto de partida. ¿Cuál fue la velocidad después de la cuarta parte, la mitad y las tres cuartas partes de la distancia?

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

- **Caída libre y Lanzamiento Vertical**

Todos los cuerpos que se lanzan hacia arriba o hacia abajo, o se dejan caer, lo hacen libremente una vez que se dejan en libertad. La aceleración que adquieren es siempre la aceleración de gravedad, vertical hacia abajo, cualquiera sea la dirección inicial del movimiento.





$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 - \vec{g}\left(t - t_0\right)$$

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + v_0\left(t - t_0\right) - \frac{1}{2}\vec{g}\left(t - t_0\right)^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g\Delta y$$

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSION

Ejemplo 1 : Una pelota es lanzada directamente hacia abajo con una velocidad inicial de 8.00 m/s, desde una altura de 30.0 m. Después de qué intervalo de tiempo golpea el suelo?

Ejemplo 2: Se lanza un cohete a escala directamente hacia arriba con una velocidad inicial de 50.0 m/s. Se acelera a 2.00 m/s^2 de manera constante hacia arriba hasta que los motores se apagan a una altitud de 150 m. a) ¿Qué puede decir con respecto al movimiento de los motores después de que se apagan? b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el cohete? c) ¿Cuánto tarda el cohete después del despegue vertical en alcanzar su altura máxima? d) ¿Cuánto tarda el cohete en el aire?

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

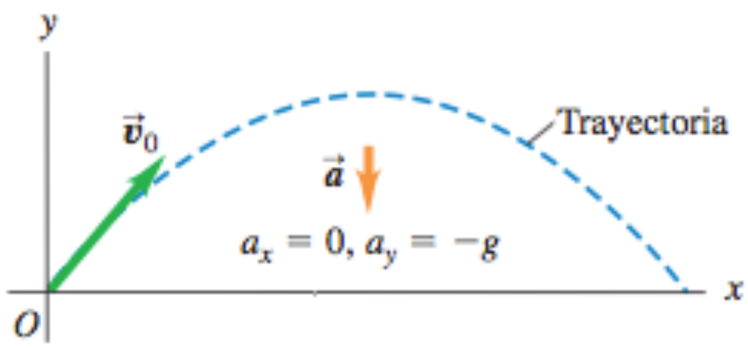
- El movimiento en dos dimensiones se puede representar como dos movimientos *independientes* en cada una de las dos direcciones perpendiculares asociadas con los ejes x y y. Esto es: cualquier influencia en la dirección y no afecta el movimiento en la dirección x y viceversa.

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

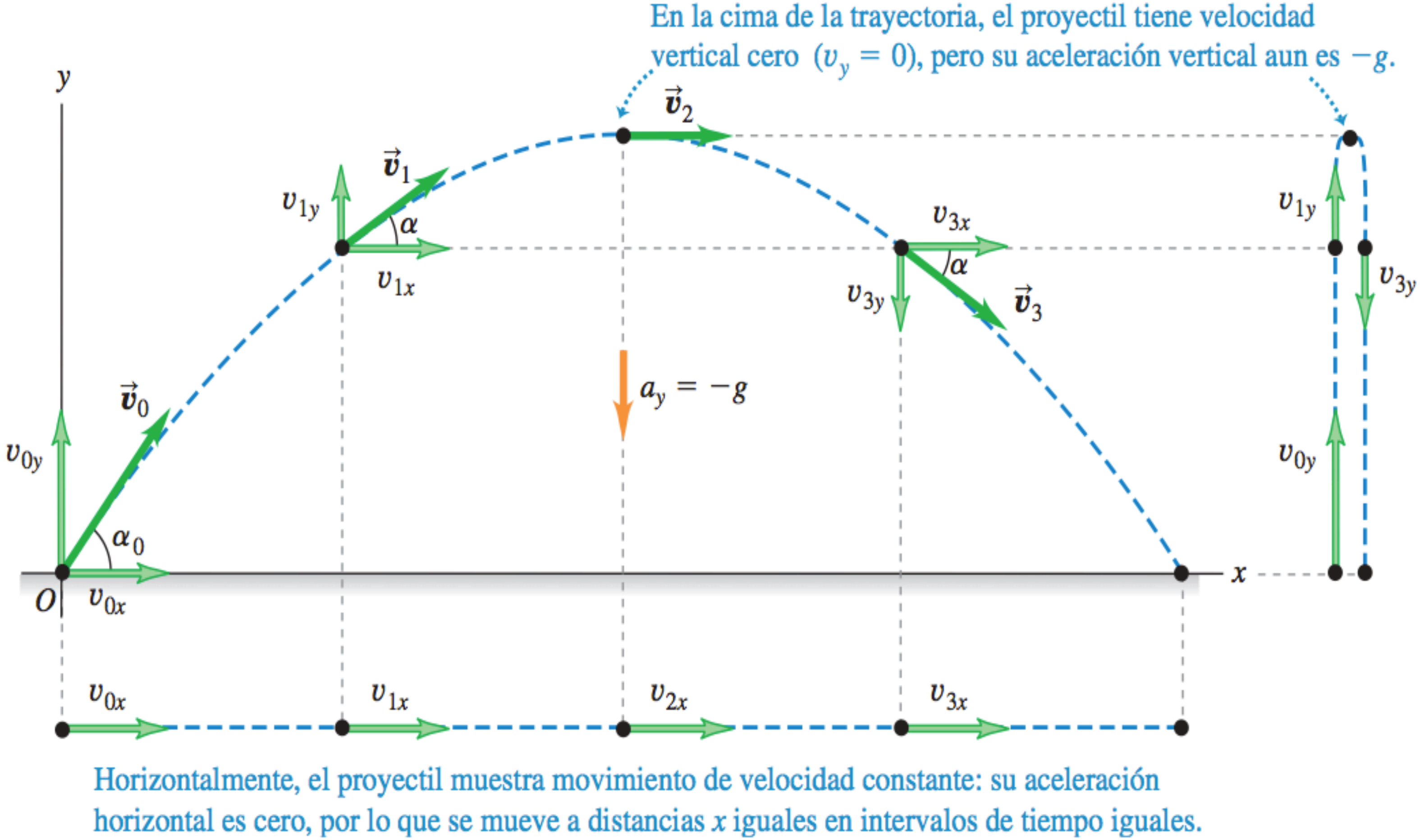
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j}$$

Movimiento de Proyectiles

Un **proyectil** es cualquier cuerpo que recibe una velocidad inicial y luego sigue una trayectoria determinada totalmente por los efectos de la aceleración gravitacional y la resistencia del aire. Una pelota bateada, un balón lanzado, un paquete soltado desde un avión y una bala disparada de un rifle son todos proyectiles. El camino que sigue un proyectil es su **trayectoria.**



- **Movimiento de Proyectiles (Parabólico)**



MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**
  - Las componentes de la velocidad inicial v_o , de magnitud v_o, y las componentes de la aceleración a de magnitud g, *están dadas por:*

$$\vec{a}_x = 0 \quad y \quad \vec{a}_y = -g$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \quad y \quad v_{0y} = v_0 sen\alpha$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**

Reemplazando en las componentes de la ecuación:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + v_0\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}\vec{a}\left(t - t_0\right)^2$$

Se obtiene la ecuación de posición en para x e y:

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + v_0 sen\alpha\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}\vec{a}\left(t - t_0\right)^2, \; donde \;\; \vec{a} = -\vec{g}$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + v_0 \cos\alpha\left(t - t_0\right), \;\; si \;\; t_0 = 0, \; tenemos \;\; que:$$

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + (v_0 sen\alpha)t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \qquad y \qquad \vec{x} = \vec{x}_0 + (v_0 \cos\alpha)t$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- **Ecuaciones del Movimiento Parabólico.**
  - Para las componentes de la velocidad se obtiene:

$$v = v_0 + a(t_0 - t),\ \ tenemos\ \ que:$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_y = v_0 sen\alpha - gt$$

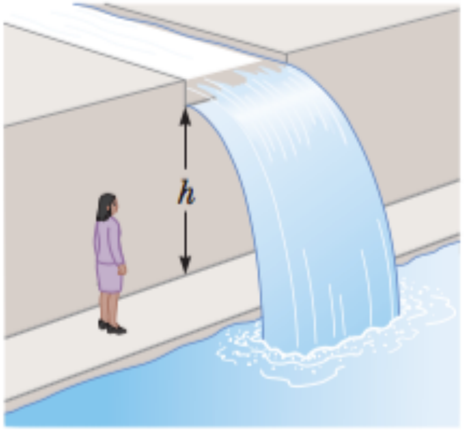
  - A partir de estas se pueden deducir las siguientes ecuaciones para el movimiento de proyectiles:

$$\tan\alpha = \frac{v_x}{v_y},\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},\quad t = 2\frac{v_0}{g} sen\alpha,\ y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} sen^2\alpha$$

$$x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} sen2\alpha,\quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

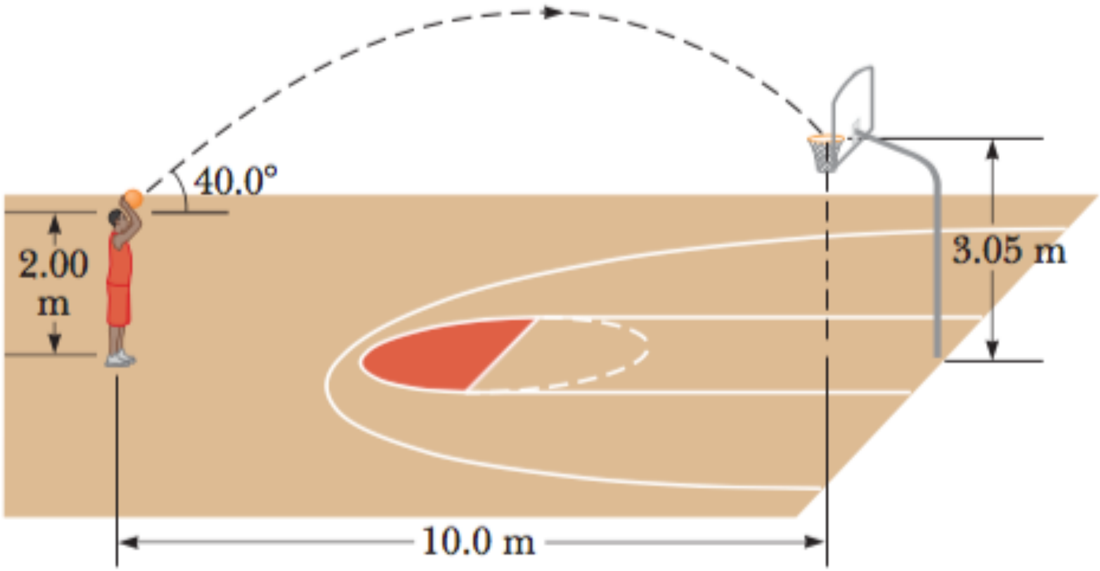
MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ejemplo 1: Un arquitecto que diseña jardines planifica una cascada en el parque de una ciudad. El agua fluye a 0.750 m/s y sale del extremo de un canal en la parte superior de una pared vertical con h = 2.35 m de altura para caer en un estanque a) ¿A qué distancia de la pared caerá´ el agua? ¿El espacio detrás de la cascada sería del ancho suficiente para que alguien camine? b) Para vender su plano al consejo de la ciudad, el arquitecto quiere construir un modelo a escala, un doceavo del tamaño real.



MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ejemplo 3: Un jugador de basquetbol de 2.00 m de altura está de pie sobre el piso a 10.0 m de la canasta, como en la figura. Si lanza la pelota en un ángulo de 40.0° con respecto a la horizontal, ¿con qué rapidez inicial debe lanzar la pelota de manera tal que pase a través del aro sin golpear el tablero? La altura de la canasta es de 3.05 m.



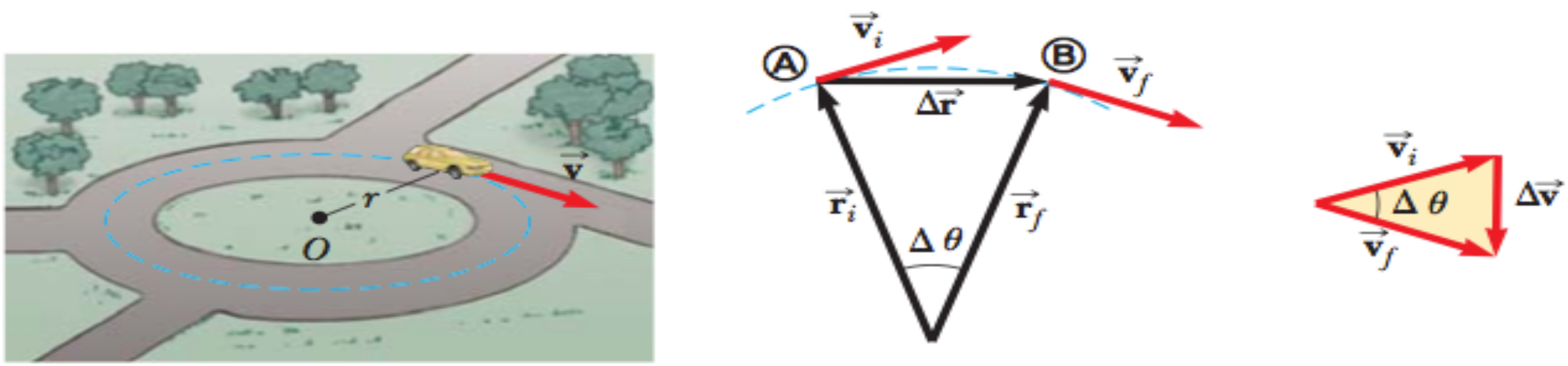
MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ejemplo 3: Un auto cae directamente a un acantilado de 60.0 m de altura. La policía en la escena del accidente observa que el punto de impacto está a 150. m de la base del acantilado. ¿Qué tan rápido viajaba el auto cuando saltó el borde del acantilado?

Ejemplo 4: Un bombero, a una distancia de 60 m de un edificio incendiado, dirige un chorro de agua de una manguera a nivel del suelo a un ángulo de 37° sobre la horizontal. Si el agua sale de la manguera a 40.3 m/s, ¿a qué piso del edificio llegará el agua? Cada piso tiene una altura de 4 m.

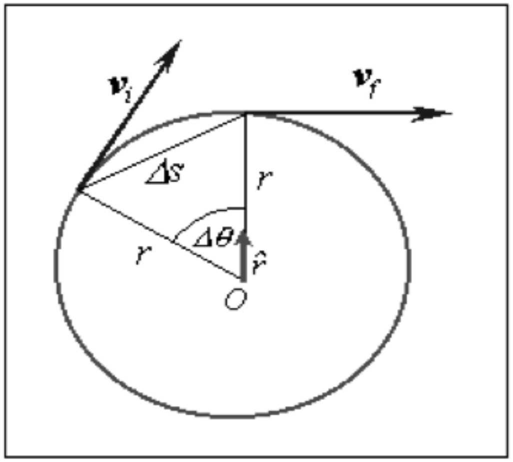
MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

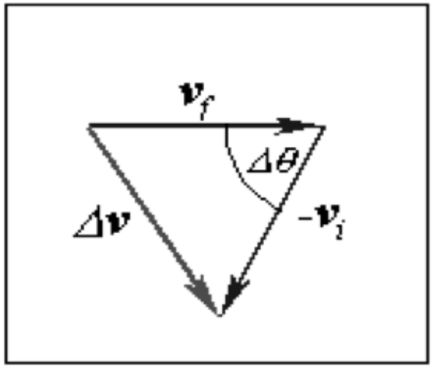
En la circunferencia de la figura, la longitud del arco Δs, subtendida por el ángulo $\Delta\theta$, es aproximadamente igual al lado del triángulo que une los puntos de $\boldsymbol{v_i}$ y $\boldsymbol{v_f}$ Observando que los triángulos de lados $r(\Delta s)r$ en la circunferencia y de lados $-v_i(\Delta v)v_f$ son semejantes, entonces como $v_i = v_f$, se tiene la siguiente relación de semejanza de triángulos:



a) b) c)

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES





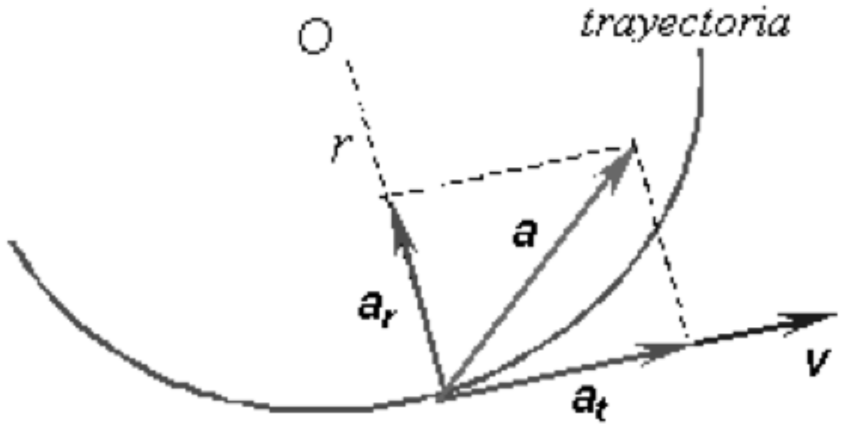
$$\frac{r}{\Delta s} = \frac{v}{\Delta v} \Rightarrow \Delta v = \frac{v}{r}\Delta s,\ pero\ a_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t},\ de\ donde\ a_m = \frac{\frac{v}{r}\Delta s}{\Delta t},\ y$$

$$resulta:\ a_m = \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t},\ luego\ aplicando\ límites\ tenemos\ que:$$

$$a_m = \frac{v}{r}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r}v \Rightarrow a_m = \frac{v^2}{r} \longrightarrow Aceleración\ Centrípeta$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- Aceleración Circunferencial esta dada por:



$$\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\vec{r} + \frac{dv}{dt}\vec{t},\ Magnitud\ es: \sqrt{a_c^2 + a_t^2}\ y\ la\ dirección: \phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_c}{a_t}\right)$$

$$donde: \frac{v^2}{r} \rightarrow Aceleración\ Centrípeta,\ \frac{dv}{dt} \rightarrow Aceleración\ Tangencial$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ejemplo 1: Suponga que el auto de carreras frena uniformemente de 60.0 m/s a 30.0 m/s en 4.50 s para evitar un accidente, mientras continúa moviéndose sobre una trayectoria circular de radio 4.00 3 102 m. Encuentre a) la aceleración centrípeta del auto, b) su velocidad angular, c) su aceleración tangencial y d) su aceleración total cuando la velocidad es de 40.0 m/s.

Ejemplo 2: a) ¿Cuál es la aceleración tangencial de un insecto posado en el borde de un disco de 10.0 pulg de diámetro, si el disco se mueve desde el reposo con una velocidad angular de 78.0 rev/min en 3.00 s? b) Cuando el disco alcanza su velocidad final, ¿cuál es la velocidad tangencial del insecto? Un segundo después que el insecto arranca desde el reposo, ¿Cuáles son sus aceleraciones, c)tangencial, d) centrípeta y e) total?

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

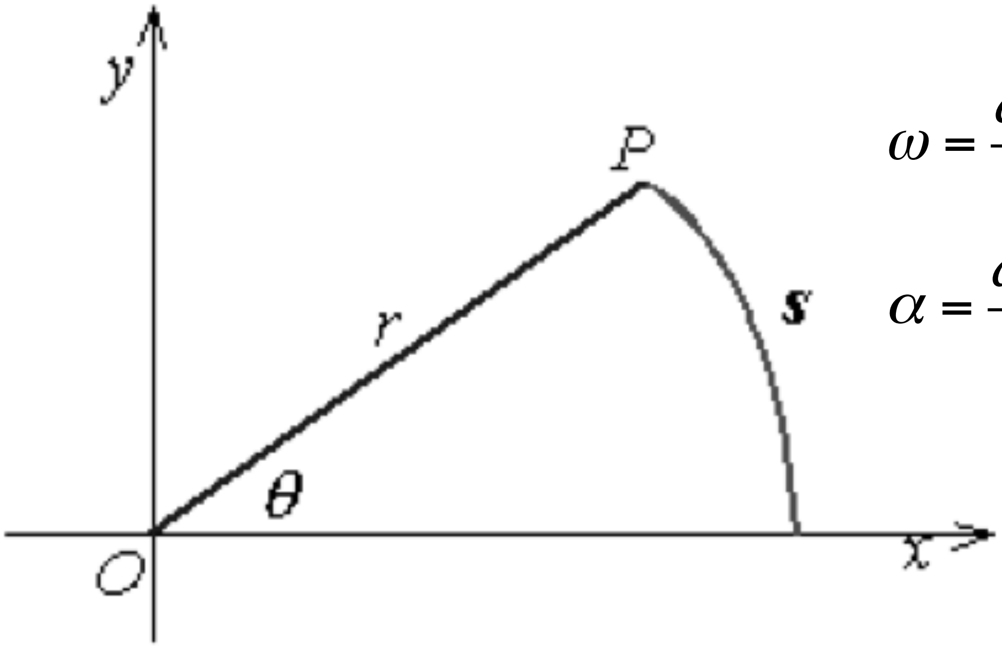
- **Periodo (T):** Intervalo de tiempo requerido para una revolución completa de la partícula.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \;, T = \frac{tiempo}{\#\ de\ revoluciones}, T = \frac{1}{f}$$

- **Frecuencia(f):** Número de vueltas en determinado tiempo.

$$f = \frac{v}{2\pi r} \;, f = \frac{\#\ de\ revoluciones}{tiempo}, f = \frac{1}{T}$$

- ***Velocidad Y Aceleración Angular.***



$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow Velocidad\ \ angular$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow Aceleración\ \ angular$$

$$s = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{r} \rightarrow Desplazamiento\ \ Angular$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- ***Cinemática de rotación.***

las ecuaciones cinemáticas del movimiento de rota- ción con aceleración angular constante tienen la misma forma que las corres- pondientes al movimiento lineal haciendo los reemplazos *x* por θ, *v* por ω y *a* por α, por lo que las ecuaciones cinemáticas del movimiento angular son:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 (t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha (t - t_0)^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha (t - t_0), \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta, \, donde \ \theta \ se \ mide \ en \ radianes,$$

$$\omega \ en \ rad/s \ y \ \alpha \ en \ rad/s^2$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

- **Relación entre las variables angulares y lineales.**

$$s = r\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\theta)}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = r\omega$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a_t = r\alpha$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ejemplo 1: Se reproduce un disco de vinilo girando a 33.3rpm. Suponga que tarda 5.00 s en llegar a esta rapidez, partiendo del reposo.

a.¿Cuál es la aceleración angular durante los 5.00 s

b.¿Cuántas revoluciones hace el disco antes de llegar a su rapidez angular final?

Ejemplo 2: Una partícula se mueve en sentido horario en una circunferencia con radio de 1.00 m. En cierto momento, la magnitud de su aceleración es $a = 25.0 m/s^2$, y el vector de aceleración forma un ángulo = 50.0° con el vector de posición, como se muestra en la figura. En este instante, encuentre la rapidez, v , de esta partícula.

Ejemplo 3 : El engrane A, con una masa de 1.00 kg y un radio de 55.0 cm, está en contacto con el engrane B, con una masa de 0.500 kg y un radio de 30.0 cm. Al girar, los engranes no se deslizan uno con respecto al otro. El engrane A gira a 120. rpm y desacelera a 60.0 rpm en 3.00 s. ¿Cuántas rotaciones realiza el engrane B durante este intervalo de tiempo?