Dinámica de un Cuerpo Rígido

- ***Cuerpo rígido.*** Se define como un cuerpo ideal cuyas partes (partículas que lo forman) tienen posiciones relativas fijas entre sí cuando se somete a fuerzas externas, es decir es no deformable. Con esta definición se elimina la posibilidad de que el objeto tenga movimiento de vibración

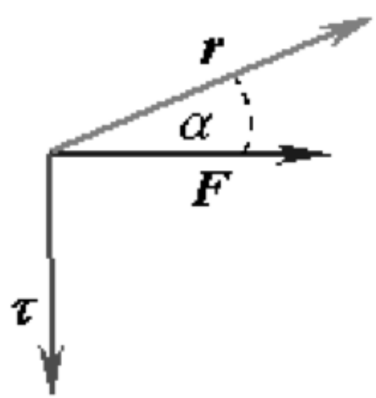
- **Torque o Mometo.** Cuando se aplica una fuerza en algún punto de un cuerpo rígido, el cuerpo tiende a realizar un movimiento de rotación en torno a algún eje. La propiedad de la fuerza para hacer girar al cuerpo se mide con una magnitud física que llamamos ***torque o momento*** de la fuerza

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- Se define el ***torque*** τ de una fuerza ***F*** que actúa sobre algún punto del cuerpo rígido, en una posición ***r*** respecto de cualquier origen *O***,** o a un eje de rotacón**,** por la siguiente expresión:

$$\tau = \vec{r} \times \overrightarrow{F_{\perp}}$$

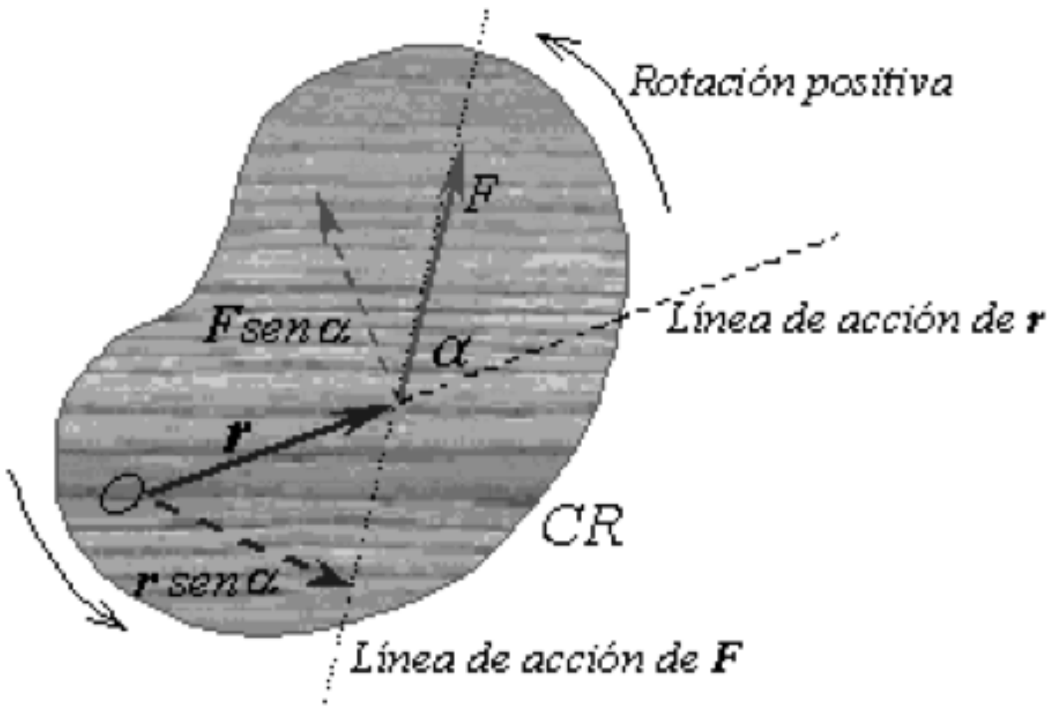
- Donde F es la Fuerza aplicada que es perpendicualar al brazo r



$$\tau = \vec{r} \times \overrightarrow{(F_{\perp} sen\alpha)}$$

Dinámica de un Cuerpo Rígido

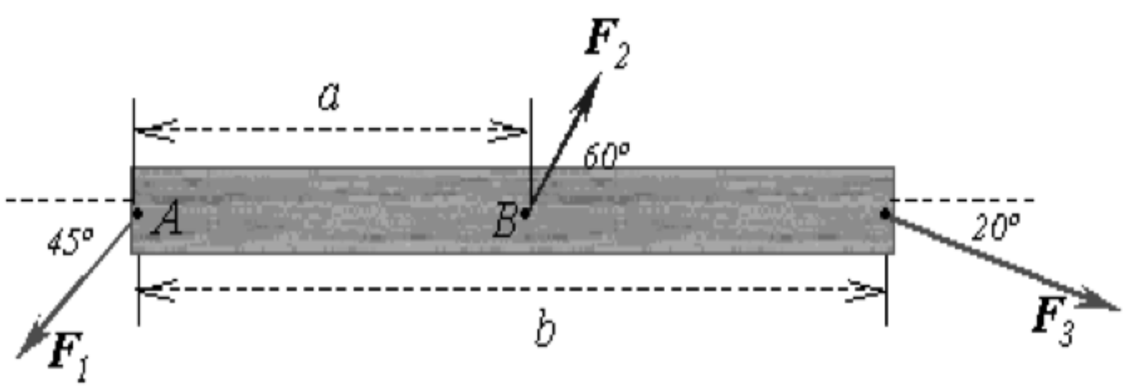
Por convención se considera el torque positivo (negativo) si la rotación que produciría la fuerza es en sentido antihorario (horario)



Dinámica de un Cuerpo Rígido

- La unidad de medida del torque en el SI es el *Nm*
- La unidad de medida del torque en el Ingles es el *Lb-ft*

- **Ejemplo:** Calcular el torque neto por los puntos A y por B en el sistema de lafigura6.4,dondeF_1=20N, F_2=15N, F_3=25N, a=7,50cm, b = 1.5m.



Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Equilibrio de un cuerpo rígido.**

Para que un cuerpo rígido este en equilibrio estático se deben cumplir dos requisitos simultáneamente, llamados ***condiciones de equilibrio.***

$$1^a \ \textit{Condición de Equilibrio Traslacional}:$$

$$\sum \vec{F} = 0 \xrightarrow{\textit{quiere decir que}} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0$$

$$2^a \ \textit{Condición de Equilibrio Rotacional}:$$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \xrightarrow{\textit{quiere decir que}} \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \ldots + \vec{\tau}_n = 0,$$

$$\sum \vec{F}_x = 0 \ \ y \ \sum \vec{F}_y = 0 \sum \vec{\tau}_O = 0$$

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- ***Centro de gravedad.***

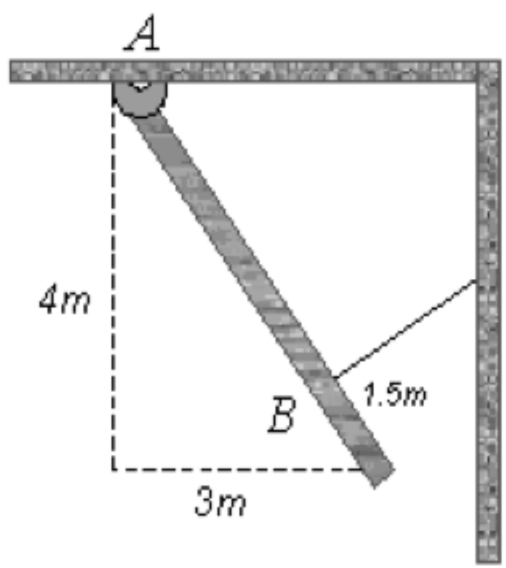
  El ***centro de gravedad*** es la posición donde se puede considerar actuando la fuerza de gravedad neta, es el punto ubicado en la posición promedio donde se concentra el peso total del cuerpo.

- ***Centro de masa.***

  Es la posición geométrica de un cuerpo rígido donde se puede considerar concentrada toda su masa, corresponde a la posición promedio de todas las partí- culas de masa que forman el cuerpo rígido.

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Ejemplo:** Un tablón uniforme de *5 m* de largo y *150 kg* está articulado en A. En B esta sostenido por una cuerda ubicada a *1.5 m* del extremo inferior del tablón, formando un ángulo de 90^0 con el tablón, como se ve en la figura Calcular la tensión de la cuerda y la fuerza de la articulación en A

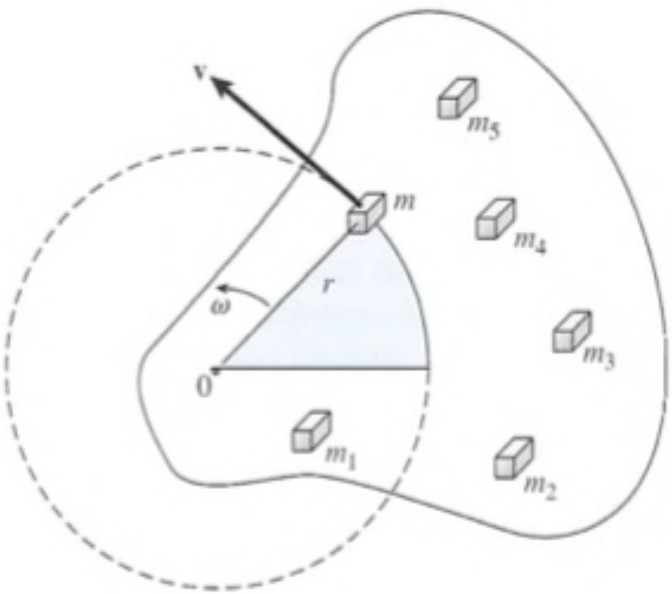


Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Ejemplo:** Un tablón uniforme de *6m* de longitud y *30kg* de masa, descansa horizontalmente sobre un andamio. Si 1.5m del tablón sobresale por un extremo del andamio. ¿Cuánto puede caminar un pintor de brocha gorda de 70kg por la parte sobresaliente antes de que el tablón se vuelque?

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Energía cinética rotacional**



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \xrightarrow{pero} v = r\omega$$

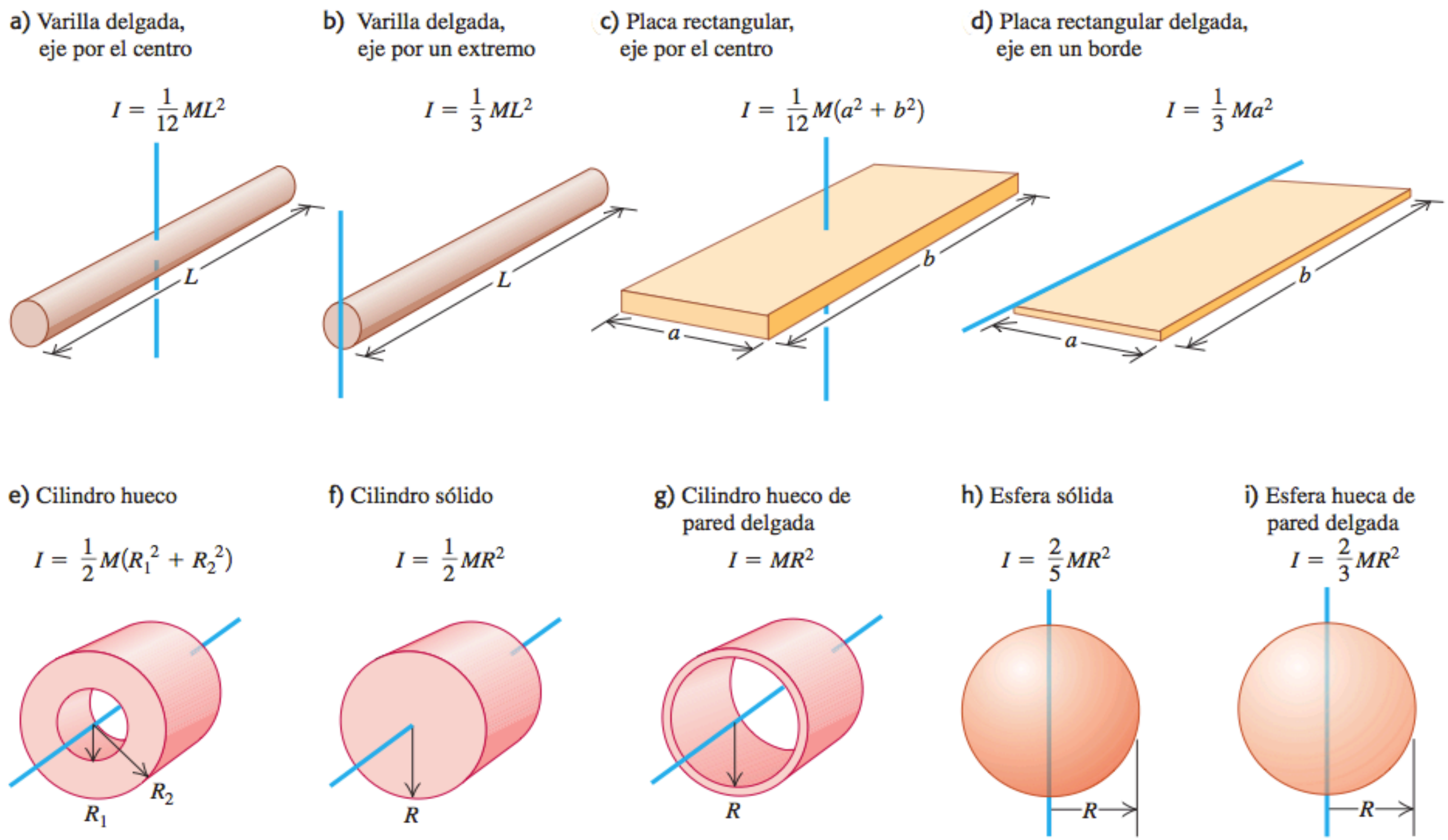
$$K_i = \frac{1}{2} m_i (r\omega)^2 \xrightarrow{teenmos:} K_i = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \omega^2 \xrightarrow{donde:} I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

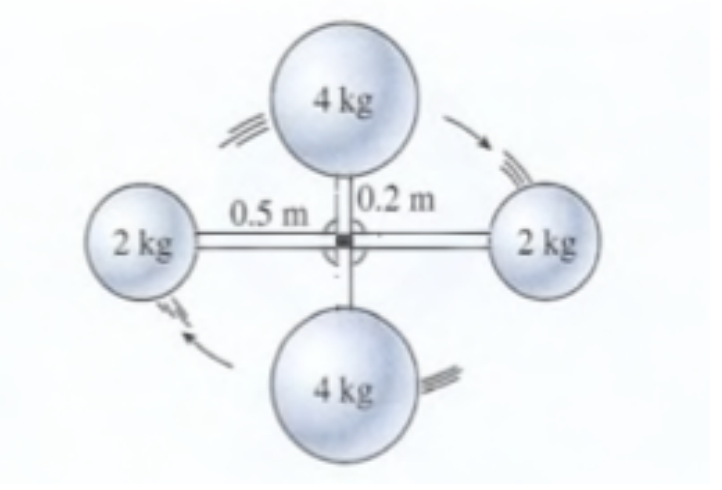
Dinámica de un Cuerpo Rígido

- Cálculo del Momento de Inercia: $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$



Dinámica de un Cuerpo Rígido

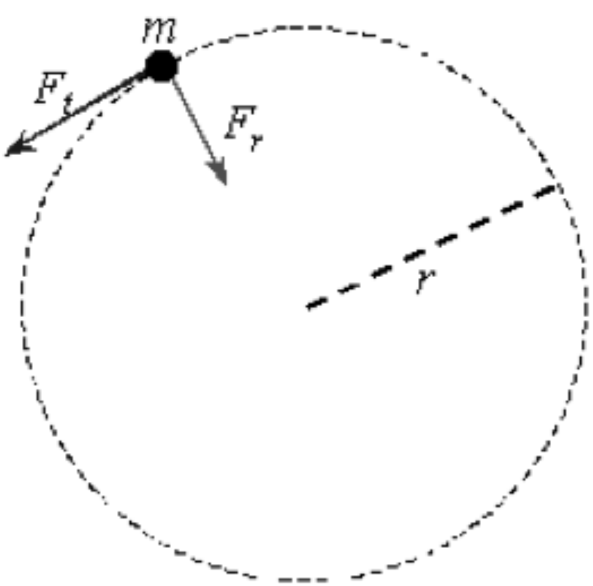
- **Ejemplo:** Calcule el momento de inercia para el sistema ilustrado en la figura. El peso de las barras que unen las masas es insignificante y el sistema gira con una velocidad angular de 6 rad/s. ¿Cuál es la energía cinética rotacional? (Considere que las masas están concentradas en un punto.)



Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **La segunda ley del movimiento en la rotación**

  La fuerza tangencial se relaciona con la aceleración tangencial *at* por $F_t = ma_t$ El torque alrededor del centro del círculo producido por $\boldsymbol{F_t}$ es:



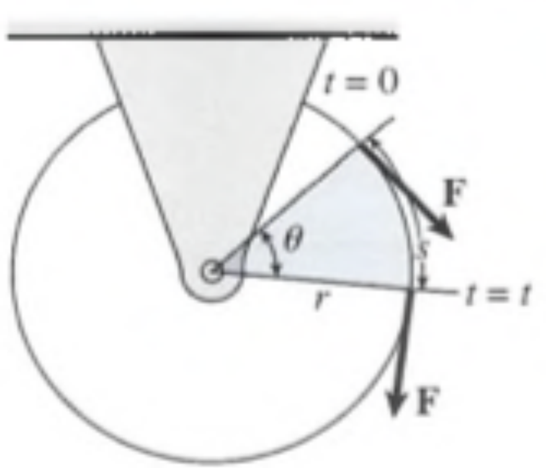
$$\tau = F_t r \xrightarrow{pero} \tau = F = \left(ma_t\right) r$$

$$\tau = \left(m\alpha r\right) r \xrightarrow{tenemos} \tau = mr^2\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Ejemplo:** un disco de esmeril de radio 0.6 m y 90 kg de masa gira a 460 rpm. ¿Qué fuerza de fricción, aplicada en forma tangencial al borde, hará que el disco se detenga en 20 s?
- **Trabajo y Potencia Rotacionales**



$$dW = \tau d\theta \xrightarrow{pero} W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta$$

$$W = \tau\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(\tau\theta)}{dt} = \frac{\tau d\theta}{dt} = \tau\omega$$

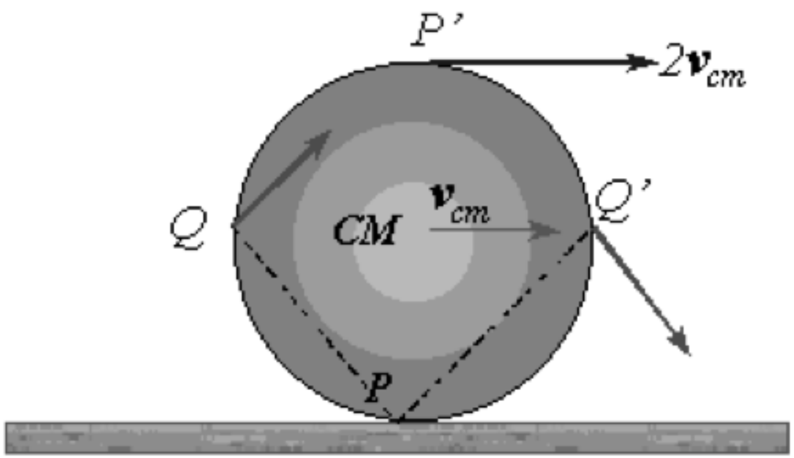
Dinámica de un Cuerpo Rígido

- Una rueda de 60 cm de radio tiene un momento de inercia de 5 $kg \bullet m^2$. Se aplica una fuerza constante de 60 N tangente al borde de la misma. Suponiendo que parte del reposo, ¿qué trabajo se realiza en 4 s y qué potencia se desarrolla?

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- **Rotación y traslación combinadas:**

  El movimiento general de un cuerpo rígido es muy complejo, pero se puede usar un modelo simplificado limitando el análi- sis a un cuerpo rígido homogéneo con gran simetría, como un cilindro, una esfera o un aro, y suponiendo que el cuerpo tiene movimiento de rodadura en un plano.



$$v_{cm} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

$$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

$$E_c = \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2 + \frac{1}{2} MR^2\omega^2$$

$$U_0 + K_0 + K_{R0} = U + K + K_R + |perdidas|$$

Dinámica de un Cuerpo Rígido

- Un aro y un disco circular tienen cada uno una masa de 2 kg y un radio 10 cm. Se dejan caer rodando desde el reposo a una altura de 20 m a la parte inferior de un plano inclinado, como se muestra en la figura. Compare sus rapideces finales.