	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

1. IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA

Nombre de la guía:	Medidas y Teoría de Errores
Código de la guía (No.):	001
Taller(es) o Laboratorio(s) aplicable(s):	Física Mecánica
Tiempo de trabajo práctico estimado:	2 horas
Asignatura(s) aplicable(s):	Física Mecánica
Programa(s) Académico(s) / Facultad(es):	Ciencias exactas y aplicadas

COMPETENCIAS	CONTENIDO TEMÁTICO	INDICADOR DE LOGRO

2. FUNDAMENTO TEÓRICO

El término error en una medida se le asocia a la incerteza que se tiene en la determinación del resultado de la medición de una cantidad física. Cuando se realiza una medición estamos interesados en conocer el intervalo en donde se encuentra el valor real asociado a la cantidad medida, de tal manera que se pueden establecer los límites probabilísticos de las incertezas. En resumen, el error en la medida está determinado por la diferencia que existe entre el valor real y el observado de una cantidad física considerada.

En general, a la hora de realizar la medida de una cantidad física, se puede hablar de tres tipos de errores, los cuales consideramos a continuación:


A. Sistemáticos

Este tipo de error se le asocia en general a la mala calibración de los instrumentos de medida utilizado para determinar el valor de una cantidad física particular, como por ejemplo una balanza de tres brazos (como la que existe en nuestro laboratorio), se sabe que con ésta no se pueden realizar medidas de masas más pequeñas que 0.1 g, ya que, con certeza, la balanza del laboratorio únicamente puede reportarnos medidas hasta esta escala. Por lo tanto, el error de escala se define como la menor medida que puede realizarse con el instrumento de medida particular que se esté utilizando.

B. Escala

Este tipo de error está asociado con la precisión del instrumento de medida. Cuando se tiene un instrumento de medida asocia en general a la mala calibración de los instrumentos de medida utilizados en un diseño experimental, el cual va a ser utilizado para

C. Aleatorios

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

Este tipo de error se le asocia a las condiciones del lugar donde se esté realizando el montaje experimental con el cual se espera medir una cantidad física determinada por ejemplo, si el lugar es un laboratorio el cual está sometido a cambios dramáticos de temperatura, las condiciones del experimento cambian constantemente. Por lo tanto, para obtener una buena estimación de la medida es conveniente realizar la medida varias veces con lo cual podemos obtener una región en donde podemos decir con cierta certeza que allí se encuentra el valor real asociado a la cantidad física medida.

DETERMINACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN LA MEDIDA

La incertidumbre en una medida puede ser definida como el semiancho del mínimo intervalo donde se puede afirmar con relativa certeza (alrededor del 70% de confianza) que allí se encuentra el valor real de la medida deseada.

Al realizar varias medidas de una cantidad física bajo las mismas condiciones experimentales (esto es aproximado, ya que en general los errores sistemáticos no pueden ser eliminados en su totalidad durante el proceso de medición), encontramos dos situaciones:

- Las medidas repetidas dan valores iguales.
- Las medidas repetidas dan valores diferentes.

Cuando los resultados de varias medidas de una cantidad física bajo las mismas condiciones experimentales son medidas repetidas, se puede decir que dominan los errores de escala y cuando el resultado son valores diferentes, decimos que dominan los errores aleatorios.

Nota: Para un conjunto de n valores x_0, x_1, \dots, x_n asociados al proceso de medición de la misma cantidad física, definimos la desviación estándar Δx de la siguiente manera:


$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=0}^n (x_k - \bar{x})^2},$$

Donde \bar{x} corresponde al valor promedio de las medidas, el cual está definido como:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n x_k$$

Es importante mencionar que en el caso particular donde las medidas repetidas dan valores iguales, la incertidumbre en la medida corresponde a la mínima medida que se puede realizar con el instrumento que se está utilizando.

REPORTE DE MEDIDAS

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

Cuando se reporta el valor asociado a la medida de una cantidad física, está siempre debe estar acompañada de su respectiva incertidumbre. Luego, el reporte de una medida experimental debe expresarse de la siguiente manera:

$$\underbrace{x}_{\text{medida}} = \underbrace{\bar{x}}_{\text{valor medio}} \pm \Delta x .$$

Teniendo presente la anterior forma para reportar la medida experimental de una cantidad física, podemos asegurar que su valor real se encuentra con alta probabilidad en el intervalo:

$$(\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x) . \quad (4)$$

Vale la pena mencionar que en ocasiones es importante conocer el valor de la incertidumbre relativa (IR) y del error relativo (ER), los cuales se definen de la siguiente manera:

$$I_R = \frac{\Delta x}{\bar{x}}, \quad (5)$$

$$E_R = \left| \frac{X - \bar{x}}{X} \right| \quad (6)$$

Donde X representa el valor aceptado (real o teórico) asociado a la cantidad física a la cual se le está realizando el proceso de medida.

MEDIDAS DIRECTAS E INDIRECTAS

Medidas directas

Este tipo de medidas son el resultado de la comparación directa que se realiza de una magnitud física con un patrón de medida establecido, usando el instrumento de medida apropiado.


Medidas indirectas

Este tipo de medidas son el resultado del cálculo del valor de una cantidad física como una función de una ó varias medidas directas, es decir:

$$\text{Cantidad física} = f(A, B, C, \dots), \quad (7)$$

Dónde: A, B, C, \dots , son los valores asociados a cantidades físicas las cuales han sido medidas directamente y f es la función que las relaciona con la cantidad física a medir

PROPAGACION DE INCERTIDUMBRES

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

La propagación de incertidumbres se utiliza principalmente para calcular la incertidumbre asociada a la medida indirecta de una cantidad física. Cuando las incertidumbres están asociadas principalmente a errores aleatorios, podemos utilizar el siguiente conjunto de relaciones para calcular estas incertidumbres:

$$\Delta x^n = |n|x^{n-1} \Delta x, \quad (8a)$$

$$\Delta(x \pm y) = \rho(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2, \quad (8b)$$

$$\Delta(xy) = xy \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad (8c)$$

$$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x}{y} \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad (8d)$$

$$\Delta(x^n y^m) = x^n y^m \sqrt{\left(n \frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(m \frac{\Delta y}{y}\right)^2}, \quad (8e)$$

Dónde: Δx y Δy están dados por la ecuación (1).

Cuando los errores están asociados principalmente a errores de escala, las incertidumbres se pueden calcular utilizando las siguientes expresiones:

$$\Delta x^n = |n|x^{n-1} \Delta x, \quad (9a)$$


$$\Delta(x \pm y) = \Delta x + \Delta y, \quad (9b)$$

$$\Delta(xy) = xy \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right) \quad (9c)$$

$$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x}{y} \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right), \quad (9d)$$

$$\Delta(x^n y^m) = x^n y^m \left(|n| \frac{\Delta x}{x} + |m| \frac{\Delta y}{y}\right) \quad (9e)$$

Dónde: Δx y Δy están dados por el respectivo error de escala

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

EXACTITUD Y PRECISION

Si se conoce el valor aceptado (X) asociado a una cantidad física específica, es posible evaluar la exactitud que posee la medida, es decir, es posible conocer el error relativo (E_R) asociado al proceso de medición. A partir de lo anterior, podemos decir que una medida es exacta si el error relativo es menor que la incertidumbre relativa (I_R) de la medida, esto es:

$$E_R < I_R.$$

De otro lado, la precisión de una medida está relacionada con la incertidumbre relativa, es decir, una medida será más precisa cuánto más pequeña sea la incertidumbre relativa.

CIFRAS DECIMALES Y SIGNIFICATIVAS

Cifras decimales

Las Cifras Decimales (CD) son aquellas posiciones de los números que se pueden ordenar en una base decimal, es decir, una base que se expresa como potencia de diez. Por lo general se cuentan como CD todas las cifras que se organizan a la derecha del punto decimal o que tienen exponente negativo en la base diez, así por ejemplo 23.567 se puede organizar como:

$$2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3}.$$


Por lo tanto, los números 5, 6 y 7 son CD y entonces se diría que 23.567 tiene tres CD.

Cifras significativas

Las Cifras Significativas (CS) permiten decir con qué seguridad se conocen ciertas posiciones numéricas, las cuales tienen una relación directa con la precisión del instrumento con el que se mide (básicamente, las CS son dígitos que se conocen con exactitud como resultado de la medida de una cantidad física). Para determinar con exactitud el número de CS asociadas a un número, lo recomendable es siempre expresar dicho número en términos de potencias de 10, ya que las potencias de 10 no representan CS (cuando a la izquierda de un número hay únicamente ceros, estos ceros no representan CS). Por ejemplo, los números 18×10^2 y 1800 a pesar de que denotan la misma cantidad (mil ochocientos) no poseen las mismas CS y su interpretación es distinta. 18×10^2 tiene dos CS y quiere decir que se tiene completa certeza que el número que ocupa la posición de centena es un ocho pero que no se sabe que números estarán ocupando las posiciones de las unidades y de las decenas. Al contrario, 1800 tiene cuatro CS y dice que se tiene completa certeza que los números que ocupan las posiciones de la unidad y las decenas son justamente el cero. Por lo tanto, si estos números (18×10^2 y 1800) representaran una medida, indicarían que la medida de 18×10^2 es menos precisa que 1800.

Calibrador o pie de rey

El calibrador o pie de rey es un instrumento de precisión el cual nos permite medir longitudes (figura 2). La medida con este tipo de instrumento está dividida en dos partes: (parte entera) + (parte decimal). La parte entera se define como el número de divisiones que hay desde el cero de la regla hasta el cero del nonio, mientras la parte decimal se define como la división del nonio que más coincide con una división de la regla

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

multiplicado por la incertidumbre del instrumento. En este caso, la incertidumbre asociada al calibrador esta´ determinado por la siguiente relación:

$$\text{Incertidumbre} = \frac{D}{n},$$

Donde D es el tamaño de cada unidad de la regla (en este caso $D = 1 \text{ mm}$) y n es el número de divisiones del nonio.

En el caso que el nonio posea $n = 50$ divisiones, la incertidumbre del calibrador será:

$$\text{Incertidumbre} = 1/50 \text{ mm} = 0,02 \text{ mm}.$$

En el caso que el nonio posea $n = 20$ divisiones, la incertidumbre del calibrador será:

$$\text{Incertidumbre} = 1/20 \text{ mm} = 0,05 \text{ mm}$$

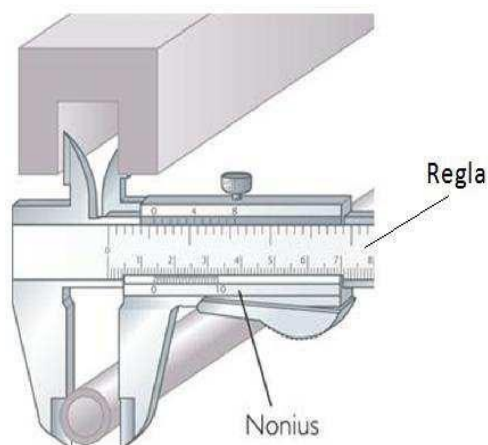



Figura 2. Calibrador o pie de Rey

Tornillo micrométrico

El tornillo micrométrico es un instrumento de precisión el cual nos permite medir longitudes (figura 3). La medida con este tipo de instrumento esta´ dividida en 2 partes: (parte entera) + (parte decimal). La parte entera esta´ definido como el número de divisiones que hay

Desde el cero de la regla del cilindro central al tambor, mientras la parte decimal, esta´ definida como la división del tambor que más coincide con la raya central de la regla del cilindro multiplicado por la incertidumbre del instrumento. Es importante mencionar que la incertidumbre del tornillo micrométrico se puede calcular de la siguiente manera:

$$\text{Incertidumbre} = D/n,$$

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

Donde D es el tamaño de cada unidad de la regla (en este caso $D = 0,5\text{mm}$) y n es el número de divisiones del tambor

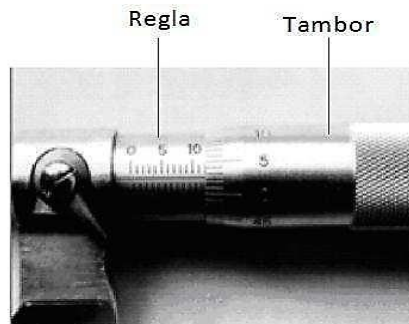


Figura 3. Tornillo Micrómetro

Nota: cada vez que el tambor da una vuelta completa este se desplaza respecto a la regla 0.5 mm. Por lo tanto, dos vueltas completas del tambor implican un desplazamiento respecto a la regla de 1mm.

3. OBJETIVO(S)

Realizar medidas de algunas cantidades físicas utilizando distintos instrumentos de medida y reportar dichas medidas con sus respectivas incertidumbres.

4. RECURSOS REQUERIDOS

Laboratorio, mesas, flexómetro, calibrador, tornillo micrómetro, cilindro, esfera maciza (de cualquier material), balanza


5. PROCEDIMIENTO O METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO

Nota. Todas las medidas deben ser realizadas por cada uno de los estudiantes que integran el equipo de laboratorio y reportar los valores medidos, en las respectivas tablas.

Mida el diámetro y la longitud de un cilindro macizo y a partir de estas medidas, encuentre el volumen del cilindro con sus respectivas incertidumbres (suponga que el cilindro posee una sección transversal uniforme), seguidamente, mida las masas del cilindro y utilizando los valores medidos (volumen y masa), calcule la densidad del cilindro.

Lleve sus resultados a la tabla I:

Estudiante	D (cm)	L (cm)	M (g)	V (cm ³)	ρ (g/cm ³)

	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

--	--	--	--	--	--

Tabla I. En la tabla **D**, **L**, **M**, **V** y ρ representan el diámetro, la longitud, la masa, el volumen y la densidad del cilindro macizo.

- ¿De qué material está fabricado el cilindro? Utilizando el valor aceptado para el material del cual está fabricado el cilindro (buscar en una tabla de densidades para identificar el tipo de material), determine la incertidumbre relativa y el error relativo asociados a su medida. ¿De acuerdo a lo anterior, su medida es exacta, precisa, ambas o ninguna de las anteriores? Justifique. (Lleve sus resultados a la tabla II).

Estudiante	I_R	E_R

Tabla II.

Mida el diámetro y la masa de una esfera maciza y a partir de estos datos, determine el volumen y la densidad de la esfera. ¿De qué material está fabricada la esfera maciza? (buscar en una tabla de densidades para identificar el tipo de material). ¿Una vez identificado el tipo de material, compare su valor calculado de la densidad con el valor reportado en la literatura para dicho material y de acuerdo a su comparación (usando la teoría de errores), que puede afirmar acerca de su medida? Lleve sus resultados a la tabla III

Estudiante	D (cm)	M (g)	V (cm ³)	ρ (g/cm ³)	I_R	E_R

Tabla III. En la tabla **D**, **M**, **V** y ρ representan el diámetro, la masa, el volumen y la densidad del cilindro macizo; mientras I_r y E_r son la incertidumbre relativa y el error relativo, respectivamente.

Utilizando su pie, mida el ancho y el largo de una baldosa y a continuación, mida el largo de tres baldosas consecutivas del laboratorio y con estos datos, determine el volumen de un paralelepípedo (figura 1) que tenga un largo igual al de las tres baldosas, un ancho igual al de una baldosa y una altura igual al largo de una baldosa con sus respectivas incertidumbres (en este caso completa sus medidas con 3/4, 1/2 o 1/4 de pie según sea el caso, lo cual nos indica que la incertidumbre para estas medidas es de 1/4 de pie). Lleve sus resultados a la tabla IV

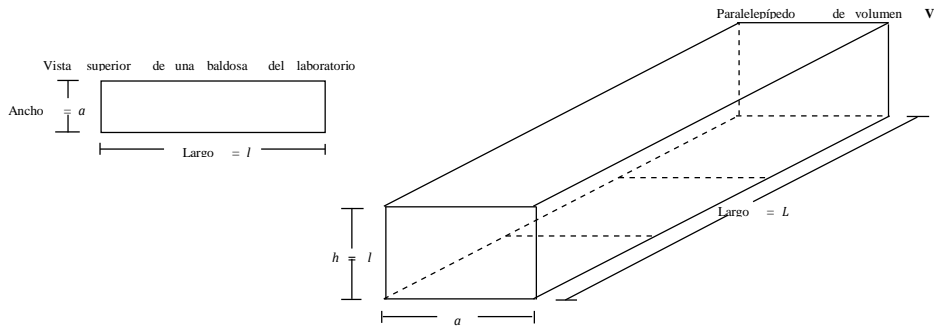


Figura 1. Paralelepípedo formado con vadosas del laboratorio

Estudiante	a (pies)	h = l (pies)	L (pies)	V (pies ³)

Tabla IV. En la tabla I, **a**, **h** y **V** representan el largo, el ancho, la altura y el volumen del paralelepípedo formado con las baldosas del laboratorio.

Seguidamente, mida utilizando el flexómetro la longitud de su pie y realice la conversión de las longitudes tomadas en el numeral anterior a centímetros (cm). Lleve sus resultados a la tabla V (en este caso la incertidumbre de ¼ pie también debe pasarse a cm).


Estudiante	lp (cm)	a (cm)	h = l (cm)	L (cm)	V (cm ³)

Tabla V. En la tabla lo representa la longitud del pie del estudiante, medida en (cm)

Utilizando el flexómetro mida el largo, el ancho y la altura del paralelepípedo definido en el paso 4 (estos valores serán tomados como los valores aceptados para cada una de las longitudes del paralelepípedo). Lleve sus resultados a la tabla VI.

h = l_{aceptado} (cm)	
a_{aceptado} (cm)	
L_{aceptado} (cm)	
V_{aceptado} (cm ³)	

Tabla VI. Los datos en esta tabla serán asumidos como los valores aceptados de cada una de las cantidades medidas experimentalmente

 Institución Universitaria	GUÍA DE TRABAJO PRÁCTICO - EXPERIMENTAL Talleres y Laboratorios de Docencia ITM	Código	FGL 029
		Versión	02
		Fecha	08-10-2018

- Calcule la incertidumbre relativa y el error relativo asociado a cada una de sus medidas. ¿Su medida es exacta, precisa, ambas o ninguna de las anteriores? Justifique. (Lleve sus resultados a la tabla VII).

Estudiante	I_R	E_R

Tabla VII

6. PARÁMETROS PARA ELABORACIÓN DEL INFORME

Se debe entregar el informe en el Formato IEEE

7. DISPOSICIÓN DE RESIDUOS

Este ítem no aplica para este caso

8. BIBLIOGRAFÍA

¹JARAMILLO DANIEL. Guía de laboratorio de Física I, Medellín 2004

²ARDILA, MIGUEL ÁNGEL Física Experimental Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia Colección notas de clase, Bogotá D.C. 2007

³SERWAY R. A y JEWET, J.W. Física para ciencias e Ingeniería Tomo I, Sexta edición, Thompson, México 2005.

Elaborado por:	<i>Santiago Perez Walton y Richard Hamilton Benavides</i>
Revisado por:	<i>Camilo Valencia Balvin</i>
Versión:	<i>003</i>
Fecha:	<i>25 de Julio de 2016</i>