

NÚMEROS COMPLEJOS

Un número complejo es una expresión de la forma $a + bi$.

Donde a y b son números reales e $i^2 = -1$. a es la parte real y b la parte imaginaria. Dos números complejos son iguales si y sólo si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias son iguales.

Operaciones con números complejos.

Suma, resta y multiplicación
$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$
$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

Ejemplo: Realizar las siguientes operaciones

a) $(3 + 5i) + (4 - 2i)$

b) $(3 + 5i) - (4 - 2i)$

c) $(3 + 5i)(4 - 2i)$

d) i^{23}

División de números complejos

Para simplificar el cociente $\frac{a + bi}{c + di}$ se multiplica el numerador y el denominador por el complejo conjugado del denominador.

$$\frac{a + bi}{c + di} = \left(\frac{a + bi}{c + di} \right) \left(\frac{c - di}{c - di} \right) = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$$

Ejemplo: Realizar las siguientes operaciones

e) $\frac{3 + 5i}{1 - 2i}$

f) $\frac{7 + 3i}{4i}$

Raíces cuadradas de números negativos

Si $-r$ es negativo, entonces la raíz cuadrada principal de $-r$ es

$$\sqrt{-r} = i\sqrt{r}$$

Las dos raíces cuadradas de $-r$ son $\pm i\sqrt{r}$

Ejemplo: Resolver las siguientes raíces de números negativos.

g) $\sqrt{-1}$

h) $\sqrt{-16}$

i) $\sqrt{-3}$

j) $(\sqrt{12} - \sqrt{-3})(3 + \sqrt{-4})$

k) $x^2 + 9 = 0$

l) $x^2 + 4x + 5 = 0$

Realizar las siguientes operaciones y escribir el resultado en la forma $a + bi$

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $(2 - 5i) + (3 + 4i)$	$5 - i$	2) $(2 + 5i) + (4 - 6i)$	$6 - i$
3) $(-6 + 6i) + (9 - i)$	$3 + 5i$	4) $(3 - 2i) + (-5 - \frac{1}{3}i)$	$-2 - \frac{7}{3}i$

5) $3i + (6 - 4i)$	$6 - i$	6) $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}i)$	1
7) $(7 - \frac{1}{2}i) - (5 + \frac{3}{2}i)$	$2 - 2i$	8) $(-4 + i) - (2 - 5i)$	$-6 + 6i$
9) $(-12 + 8i) - (7 + 4i)$	$-19 + 4i$	10) $6i - (4 - i)$	$-4 + 7i$
11) $\frac{1}{3}i - (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}i)$	$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}i$	12) $(0.1 - 1.1i) - (1.2 - 3.6i)$	$-1.1 + 2.5i$
13) $4(-1 + 2i)$	$-4 + 8i$	14) $2i(\frac{1}{2} - i)$	$2 + i$
15) $(7 - i)(4 + 2i)$	$30 + 10i$	16) $(5 - 3i)(1 + i)$	$8 + 2i$
17) $(3 - 4i)(5 - 12i)$	$-33 - 56i$	18) $(\frac{2}{3} + 12i)(\frac{1}{6} + 24i)$	$-\frac{259}{9} + 18i$
19) $(6 + 5i)(2 - 3i)$	$27 - 8i$	20) $(-2 + i)(3 - 7i)$	$1 + 17i$
21) $\frac{1}{i}$	$-i$	22) $\frac{1}{1+i}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
23) $\frac{2-3i}{1-2i}$	$\frac{8}{5} + \frac{1}{5}i$	24) $\frac{5-i}{3+4i}$	$\frac{11}{25} - \frac{23}{25}i$
25) $\frac{26+39i}{2-3i}$	$-5 + 12i$	26) $\frac{25}{4-3i}$	$4 + 3i$
27) $\frac{10i}{1-2i}$	$-4 + 2i$	28) $(2-3i)^{-1}$	$\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$
29) $\frac{4+6i}{3i}$	$2 - \frac{4}{3}i$	30) $\frac{-3+5i}{15i}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{5}i$
31) $\frac{1}{1+i}$	$-i$	32) $\frac{(1+2i)(3-i)}{2+i}$	$3 + i$
33) i^3	$-i$	34) $(2i)^4$	16
35) i^{100}	1	36) i^{1002}	-1
37) $\sqrt{-25}$	$5i$	38) $\sqrt{-3}\sqrt{-12}$	-6
39) $\sqrt{-\frac{9}{4}}$	$\frac{3}{2}i$	40) $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{-27}$	$3i$
41) $(3 - \sqrt{-5})(1 + \sqrt{-1})$	$(3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5})i$	42) $(\sqrt{3} - \sqrt{-4})(\sqrt{6} - \sqrt{-8})$	$-\sqrt{2} - 4\sqrt{6}i$
43) $\frac{2 + \sqrt{-8}}{1 + \sqrt{-2}}$	2	44) $\frac{1 - \sqrt{-1}}{1 + \sqrt{-1}}$	$-i$
45) $\frac{\sqrt{-36}}{\sqrt{-2}\sqrt{-9}}$	$-\sqrt{2}i$	46) $\frac{\sqrt{-7}\sqrt{-49}}{\sqrt{28}}$	$-\frac{7}{2}$
47) $x^2 + 9 = 0$	$x = \pm 3i$	48) $9x^2 + 4 = 0$	$x = \pm \frac{2}{3}i$
49) $x^2 - 4x + 5 = 0$	$x = 2 \pm i$	50) $x^2 + 2x + 2 = 0$	$x = -1 \pm i$
51) $x^2 + x + 1 = 0$	$x = -\frac{1}{2} \pm (\frac{\sqrt{3}}{2})i$	52) $x^2 - 3x + 3 = 0$	$x = \frac{3}{2} \pm (\frac{\sqrt{3}}{2})i$
53) $2x^2 - 2x + 1 = 0$	$x = \frac{1}{2} \pm (\frac{1}{2})i$	54) $2x^2 + 3 = 2x$	$x = \frac{1}{2} \pm (\frac{\sqrt{5}}{2})i$
55) $t + 3 + \frac{3}{t} = 0$	$t = -\frac{3}{2} \pm (\frac{\sqrt{3}}{2})i$	56) $z + 4 + \frac{12}{z} = 0$	$z = -2 \pm 2\sqrt{2}i$
57) $6x^2 + 12x + 7 = 0$	$x = -1 \pm (\frac{\sqrt{6}}{6})i$	58) $4x^2 - 16x + 19 = 0$	$x = 2 \pm (\frac{\sqrt{3}}{2})i$
59) $\frac{1}{2}x^2 - x + 5 = 0$	$x = 1 \pm 3i$	60) $x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$	$x = -\frac{1}{4} \pm (\frac{\sqrt{15}}{4})i$