Taller de Distribución de Probabilidades Discretas

1. El *Barron´s* Big Money Poll preguntó a 131 gerentes de inversiones de Estados Unidos acerca de sus puntos de vista sobre las inversiones a corto plazo (*Barron´s*, 28 de octubre de 2002). De acuerdo con las respuestas 4% se encontraban muy optimistas, 39 % se encontraban optimistas, 29% se encontraban neutrales, 21% se encontraban pesimistas y 7% se encontraban muy pesimistas. Sea x la variable aleatoria que refleje el grado de optimismo y que vaya desde $x = 1$ para muy pesimista hasta $x = 5$ para muy optimista.

   a. Elabore una distribución de probabilidad para el grado de optimismo de los gerentes de inversiones.
   b. Calcule el valor esperado del grado de optimismo.
   c. Calcule la varianza y la desviación estándar del grado de optimismo.
   d. Haga un comentario sobre lo que le dicen sus resultados acerca del grado de optimismo y su variabilidad.

2. Al hacer el presupuesto de gastos para el próximo año en una universidad, se obtuvieron los siguientes pronósticos de gastos (dados en millones de dólares) $9, $10, $11, $12 y $13. Como no se sabe cuáles son los gastos actuales, a los gastos calculados se les asignaron las probabilidades 0.3, 0.2, 0.25, 0.05 y 0.2.

   a. Dé la distribución de probabilidad para estos pronósticos de gastos.
   b. ¿Cuál es el valor esperado en estos pronósticos de gastos?
   c. ¿Cuál es la varianza en el pronóstico de gastos para el año próximo?
   d. Si las proyecciones de ingreso estiman que éste será de $12 millones, ¿cómo será la situación financiera de la universidad?

3. Una empresa piensa entrevistar a los usuarios de Internet para saber cómo será recibida su página por los grupos de las distintas edades. De acuerdo con la Census Bureau, 40% de las personas entre 18 y 54 años y 12% de las personas de 55 años o más usan Internet.

   a. ¿Cuántas personas entre 18 y 54 años hay que contactar para hallar un número esperado de por lo menos 10 usuarios de Internet?
   b. ¿Cuántas personas de 55 años o más hay que contactar para hallar un número esperado de por lo menos 10 usuarios de Internet?
   c. Si se contacta el número de personas entre 18 y 54 años sugerido por el inciso a, ¿cuál es la desviación estándar del número que será usuario de Internet?
   d. Si se contacta el número de personas de entre 55 años o más sugerido por el inciso b, ¿cuál es la desviación estándar del número de quienes serán usuarios de Internet?

4. La tasa de desempleo es 4.1% (*Barron's*, 4 de septiembre de 2000). Suponga que selecciona aleatoriamente 100 personas empleables.

   a. ¿Cuál es el número esperado de personas que están desempleadas?
   b. ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar del número de personas que están desempleadas?

5. A un lavado de coches los automóviles llegan en forma aleatoria e independiente; la probabilidad de una llegada es la misma en cualesquiera dos intervalos de la misma duración. La tasa de llegada media es 15 automóviles por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora cualquiera de operación lleguen 20 o más automóviles?

Tomado de los textos: Estadística para Administración y Economía (LEVIN-RUBIN) y Estadística para

6. Un director regional responsable del desarrollo de los negocios en una determinada área está preocupado por el número de fracasos de pequeños negocios. Si en promedio fracasan 10 pequeños negocios por mes, ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente cuatro pequeños negocios fracasen en un mes determinado? Suponga que la probabilidad de fracasos es la misma en cada dos meses que se tomen y que la ocurrencia o no–ocurrencia de fracasos en un determinado mes es independiente de la ocurrencia o no–ocurrencia de fracasos en cualquier otro mes

7. Una baraja contiene 52 cartas, de las cuales cuatro son ases. ¿Cuál es la probabilidad de que en una repartición de cinco cartas haya:

   a. Un par de ases?
   b. Exactamente un as?
   c. Ningún as?
   d. Por lo menos un as?

8. La concertista de piano Donna Prima está muy molesta por el número de tosidos que se presentan en la audiencia justo antes que empiece a tocar. Durante su última gira, Donna estimó un promedio de ocho tosidos justo antes de empezar su concierto. La señora Prima le ha advertido a su director que si escucha más de cinco tosidos en el concierto de esa noche, se rehusará a tocar. ¿Cuál será la probabilidad de que la artista toque esa noche?

9. En un estudio reciente acerca de cómo pasan los estadounidenses su tiempo libre se entrevistó a trabaja- dores con más 5 años en su empleo. Se calculó en 0.45 la probabilidad de que un empleado tuviera 2 se- manas de vacaciones; en 0.10 que contara con 1 semana, y en 0.20 que disfrutara de 3 semanas o más. Su- ponga que se seleccionan 20 empleados al azar. Responda a las siguientes preguntas sin usar la tabla 3 del apéndice.

   a. ¿Cuál es la probabilidad de que 8 empleados tengan 2 semanas de vacaciones?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo 1 trabajador tenga 1 semana de vacaciones?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que cuando mucho 2 trabajadores tengan 3 semanas o más de vacaciones?
   d. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 2 empleados tengan 1 semana de vacaciones?

10. La Oficina de Impresión y Grabado de Estados Unidos es la responsable de imprimir el papel moneda en ese país. El departamento tiene una sorprendente baja frecuencia de errores de impresión; sólo el 0.5% de los billetes presenta errores graves que no permiten su circulación. ¿Cuál es la probabilidad de que de un fajo de 1,000 billetes

    a. Ninguno presente errores graves?
    b. Diez presenten errores que no permitan su circulación?
    c. Quince presenten errores que no permitan su circulación?

Función de probabilidad uniforme discreta

$$f(x) = 1/n$$

Valor esperado en una variable aleatoria discreta

$$E(x) = \mu = \Sigma x f(x)$$

Varianza en una variable aleatoria discreta

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \Sigma (x - \mu)^2 f(x)$$

Número de resultados experimentales en los que se encuentran exactamente x éxitos en n ensayos

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

Función de probabilidad binomial

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{(n-x)}$$

Valor esperado en una distribución binomial

$$E(x) = \mu = np$$

Varianza en una distribución binomial

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = np(1-p)$$

Función de probabilidad de Poisson

$$f(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

Función de probabilidad hipergeométrica

$$f(x) = \frac{\binom{r}{x}\binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{para } 0 \leq x \leq r$$

Valor esperado en la distribución hipergeométrica

$$E(x) = \mu = n\left(\frac{r}{N}\right)$$

Varianza en la distribución hipergeométrica

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = n\left(\frac{r}{N}\right)\left(1 - \frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

Tomado de los textos: Estadística para Administración y Economía (LEVIN-RUBIN) y Estadística para